第3問 （選択問題）（配点　20）

中にくじが入っている箱が複数あり，各箱の外見は同じであるが，当たりくじを引く確率は異なっている。くじ引きの結果から，どの箱からくじを引いた可能性が高いかを，条件付き確率を用いて考えよう。

(1) 当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ である箱Aと，当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である箱Bの二つの箱の場合を考える。

(i) 各箱で，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したとき

箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ …①

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ …②

である。

(ii) まず，AとBのどちらか一方の箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ，3回中ちょうど1回当たった。このとき，箱Aが選ばれる事象を A，箱Bが選ばれる事象を B，3回中ちょうど1回当たる事象を W とすると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$ であるから，3回中ちょうど1回当たったとき，選んだ箱がAである条件付き確率 $P_W(A)$ は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ となる。また，条件付き確率 $P_W(B)$ は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となる。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(2) (1)の$P_W(A)$と$P_W(B)$について，次の**事実**(＊)が成り立つ。

事実(＊)

$P_W(A)$と$P_W(B)$の $\boxed{\text{ス}}$ は，①の確率と②の確率の $\boxed{\text{ス}}$ に等しい。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪ 和	① 2乗の和	② 3乗の和	③ 比	④ 積

(3) 花子さんと太郎さんは**事実**(＊)について話している。

花子：**事実**(＊)はなぜ成り立つのかな？

太郎：$P_W(A)$と$P_W(B)$を求めるのに必要な$P(A \cap W)$と$P(B \cap W)$の計算で，①，②の確率に同じ数$\frac{1}{2}$をかけているからだよ。

花子：なるほどね。外見が同じ三つの箱の場合は，同じ数$\frac{1}{3}$をかけることになるので，同様のことが成り立ちそうだね。

当たりくじを引く確率が，$\frac{1}{2}$である箱A，$\frac{1}{3}$である箱B，$\frac{1}{4}$である箱Cの三つの箱の場合を考える。まず，A，B，Cのうちどれか一つの箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ，3回中ちょうど1回当たった。このとき，選んだ箱がAである条件付き確率は$\dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$となる。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(4)

花子：どうやら箱が三つの場合でも，条件付き確率の $\boxed{ス}$ は各箱で3回中ちょうど1回当たりくじを引く確率の $\boxed{ス}$ になっているみたいだね。

太郎：そうだね。それを利用すると，条件付き確率の値は計算しなくても，その大きさを比較することができるね。

当たりくじを引く確率が，$\frac{1}{2}$ である箱A，$\frac{1}{3}$ である箱B，$\frac{1}{4}$ である箱C，$\frac{1}{5}$ である箱Dの四つの箱の場合を考える。まず，A，B，C，Dのうちどれか一つの箱をでたらめに選ぶ。次にその選んだ箱において，くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返したところ，3回中ちょうど1回当たった。このとき，条件付き確率を用いて，どの箱からくじを引いた可能性が高いかを考える。可能性が高い方から順に並べると $\boxed{ト}$ となる。

$\boxed{ト}$ の解答群

⓪ A，B，C，D	① A，B，D，C	② A，C，B，D
③ A，C，D，B	④ A，D，B，C	⑤ B，A，C，D
⑥ B，A，D，C	⑦ B，C，A，D	⑧ B，C，D，A

第4問 （選択問題）（配点　20）

円周上に15個の点P_0，P_1，…，P_{14}が反時計回りに順に並んでいる。最初，点P_0に石がある。さいころを投げて偶数の目が出たら石を反時計回りに5個先の点に移動させ，奇数の目が出たら石を時計回りに3個先の点に移動させる。この操作を繰り返す。例えば，石が点P_5にあるとき，さいころを投げて6の目が出たら石を点P_{10}に移動させる。次に，5の目が出たら点P_{10}にある石を点P_7に移動させる。

(1) さいころを5回投げて，偶数の目が $\boxed{\text{ア}}$ 回，奇数の目が $\boxed{\text{イ}}$ 回出れば，点P_0にある石を点P_1に移動させることができる。このとき，$x = \boxed{\text{ア}}$，$y = \boxed{\text{イ}}$ は，不定方程式 $5x - 3y = 1$ の整数解になっている。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(2) 不定方程式

$$5x - 3y = 8 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のすべての整数解 x, y は，k を整数として

$$x = \boxed{\text{ア}} \times 8 + \boxed{\text{ウ}}k, \quad y = \boxed{\text{イ}} \times 8 + \boxed{\text{エ}}k$$

と表される。① の整数解 x, y の中で，$0 \leqq y < \boxed{\text{エ}}$ を満たすものは

$$x = \boxed{\text{オ}}, \quad y = \boxed{\text{カ}}$$

である。したがって，さいころを $\boxed{\text{キ}}$ 回投げて，偶数の目が $\boxed{\text{オ}}$ 回，奇数の目が $\boxed{\text{カ}}$ 回出れば，点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(3) (2)において，さいころを $\boxed{\text{キ}}$ 回より少ない回数だけ投げて，点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることはできないだろうか。

（＊） 石を反時計回りまたは時計回りに 15 個先の点に移動させると元の点に戻る。

（＊）に注意すると，偶数の目が $\boxed{\text{ク}}$ 回，奇数の目が $\boxed{\text{ケ}}$ 回出れば，さいころを投げる回数が $\boxed{\text{コ}}$ 回で，点 P_0 にある石を点 P_8 に移動させることができる。このとき，$\boxed{\text{コ}} < \boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 点 P_1，P_2，…，P_{14} のうちから点を一つ選び，点 P_0 にある石をさいころを何回か投げてその点に移動させる。そのために必要となる，さいころを投げる最小回数を考える。例えば，さいころを 1 回だけ投げて点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることはできないが，さいころを 2 回投げて偶数の目と奇数の目が 1 回ずつ出れば，点 P_0 にある石を点 P_2 へ移動させることができる。したがって，点 P_2 を選んだ場合には，この最小回数は 2 回である。

点 P_1，P_2，…，P_{14} のうち，この最小回数が最も大きいのは点 $\boxed{\text{サ}}$ であり，その最小回数は $\boxed{\text{シ}}$ 回である。

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

⓪ P_{10}	① P_{11}	② P_{12}	③ P_{13}	④ P_{14}

第5問 （選択問題）（配点 20）

△ABCにおいて，AB = 3，BC = 4，AC = 5とする。

∠BACの二等分線と辺BCとの交点をDとすると

$$\mathrm{BD} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \mathrm{AD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また，∠BACの二等分線と△ABCの外接円Oとの交点で点Aとは異なる点をEとする。△AECに着目すると

$$\mathrm{AE} = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

△ABCの2辺ABとACの両方に接し，外接円Oに内接する円の中心をPとする。円Pの半径をrとする。さらに，円Pと外接円Oとの接点をFとし，直線PFと外接円Oとの交点で点Fとは異なる点をGとする。このとき

$$\mathrm{AP} = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,r, \quad \mathrm{PG} = \boxed{\text{ケ}} - r$$

と表せる。したがって，方べきの定理により$r = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

△ABC の内心を Q とする。内接円 Q の半径は $\boxed{\text{シ}}$ で，$AQ = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である。また，円 P と辺 AB との接点を H とすると，$AH = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

以上から，点 H に関する次の(a)，(b)の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{タ}}$ である。

(a) 点 H は 3 点 B，D，Q を通る円の周上にある。

(b) 点 H は 3 点 B，E，Q を通る円の周上にある。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

	0	1	2	3
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤