関数総合問題攻略の第一歩

名前さえ普通に書いてくれていれば、
（ふざけた名前の人はこちらで会員登録解除してます。）
会員登録できるメルマガ会員にもプレゼントしている「ワンポイント」、
見てくれていますか？

結構抜け落ちているところないですか？

簡単なことだけど、意識していないと気がつかないことってありますよね。

「知ってしまえばなんてことは無い」

これは何にでも言えることなのですが、１人ではなかなか気がつかないこと多いです。

過去の受験生が経験してきたことのほんの一部ですが、
この機会に多いに利用してください。

ここでは関数について少し触れておきます。
苦手にしている人も多いでしょう？
中学生からの質問で一番多いのが関数ですから。
（図形も多いけど具体的な質問するレベルにない？）

中学で習う関数はたった４つしかありません。

比例
反比例
１次関数
２次関数

２次関数は最後に習いますが、
『原点を通る放物線』（x の２乗に比例する関数）
に限られていますので、高校生からしたら超簡単に思えます。

中学で扱う２次関数は放物線に限られているので、
たった４つのグラフが書ければ解けます。

そうです。

図と同様に「グラフを書く」という作業は必ずやるんです。
そうすれば関数はものすごく簡単に思えてきますから。

高校数学の関数に少し慣れると、
「中学の関数なんか簡単」
となりますが、

中学生の頃には苦手にしていた、
ということを忘れてはダメですよ。

何で苦手にしていたかを思いだしてください。

「中学の関数は４つしかない」

ということに先ず気がついていなかった。

だからいろいろな答えがあるんだろうと難しく考えていたんです。

※
原因は他にもあります。
中学校では連続じゃない関数も関数の仲間として組み込まれているので、
関数の種類が限られているとは思えないのです。

高校の関数も中学よりも少し増えますが、限られていますから、
目にする回数を増やせば（復習の回数を増やすということになります。）、
大丈夫、苦手意識はなくなります。

でも今は難しいことはいっていません。

中学生は今すぐ、

比例：$y = ax$

反比例：$y = \dfrac{a}{x}$

１次関数：$y = ax + b$

２次関数：$y = ax^2$

この４つしか関数の形としてはないということを覚えておきましょう。

それだけで、関数は簡単に思えてきます。

比例定数を決める、
傾きと切片を決める、
それだけで関数が決まるんですから楽勝でしょう？

まずは関数の決定方法を覚えておくと良いですね。

そのためにもわかることをグラフに書き出すという作業は大切です。

１次関数以外の３つは定数を１つ決めれば良いですが、
１次関数は定数を２つ決めなくてはならない、
だから１次関数を苦手にするんでしょう。

グラフから２点を抜き出す。

それだけで１次関数は決まるということを覚えおきましょうね。
大切なのは、グラフは書くというのをクセづけておくことですよ。

最後まで読んで頂きありがとうございました。

と、ここまでは、メルマガで公開している内容です。

ですがここではもっと具体的に行きましょう。ニヤッ

先ず、比例、反比例、放物線（２乗に比例する関数）の係数「 a 」、
これはすべて「比例定数」と呼ばれています。

知ってました？失礼。

１次関数だけが「傾き」と「切片」（正確には y 切片）と呼ばれます。

それでは関数を苦手にしているものを１つ解決しておきましょう。
関数が苦手と言っている人の多くは、
１次関数を求めるのが遅いです。

もう一度言って良いですか？

１次関数（直線の方程式）を求めるのが遅いです。

まあ、直線がすべて１次関数ではないということは横に置いておいて、(基本過ぎるので)
なぜこのことだけで関数が苦手と言えるのか？

それは、関数は単元別の大問として総合問題として取り上げられます。

小問１で放物線の比例定数を求め、
小問２で直線の方程式を求め、
小問３で囲む面積を求める。
小問４で､､､図形との融合。

という鉄板の流れの中でどこでつまづいていると思いますか？
なぜ関数を苦手にしているのか？
もちろん、基本用語は覚えているとしてです。

入試問題の関数をいくつか見直して考えて見て下さい。

・・・・・

思いつきましたか？

私が感じる原因の１つに
「問題になってない１次関数を求めていない。」
というのがあります。

というより求めるのが遅いから求めようとしないのか、
とにかく１次関数を求めるのが遅いから、**作業する時間が作れていない**。

過去問解説であれほど
「１次関数を求める練習はしておいた方が良いですよ。」
と公開しているのに私の解説を見ている人が少ないとはいえ、
他でも、生徒と向き合っている先生方なら言ってるんじゃないですか？

私の思っていることが的外れなのでしょうか。

それならここでの講義も簡単にしておきます。

たぶん授業したら１時間程度で終わるだろうけど、書面なら何度でも見直せるでしょう。

『１次関数の求め方特別講座』をしますので、
短時間で求められるレベルにまでなっておいて下さい。
（動画の方が楽なんだけど、あまり効果ないし、いろいろと大変だし。）

そして、特別講座という限り、中学生の枠を外します。
中学生の域から飛び出ましょう。

難しくはありません。
ステップごとに進めて行くのでいけるところまでで大丈夫です。

いきなり？
違います。

私が公開している過去問解説をするとき、解説通りに解いていると思います？
そんなわけありません。
私なりに方針が間違ってないか解いて、（裏技連発させて？）
中学生に合わせて解説しているだけです。
だから解くのに２０分から３０分、解説に１０時間とかザラです。
図を入れるの超メンドクサイ！
手書きならすんごい楽だろうけど始まりが会員向けの解説だったから。
（内緒ですよ。）

それをここでほんの一部公開するというだけです。

なので「ずるい」ということはありません。
たかが１次関数の求め方が高校生と同じようになるだけです。

ただし、
「中学生の解き方で解きました。」
と解答上では示すくらいの器用さは持っておいて下さい。

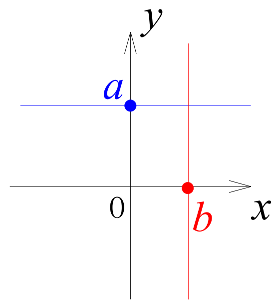
他の分野だけど、学校の先生の知らない公式で解いて、
「こんなの知らない。×」と言われた生徒が当会にはたくさんいるのです。
合っているのに、、、私のミスです。（最近ではそのミスを未然に防いでいます。）

『１次関数の求め方－特別講座』

（題して、「中学生でも使って良い１次関数の求め方。」）

直線には方程式があります。
通常だと１次関数である傾きと切片がある式です。

$$y = ax + b$$



ただし、軸に平行な直線は形が違うので忘れないで下さい。
　x 軸に平行な直線は　$y=a$
　y 軸に平行な直線は　$x=b$
などとなります。

ここでは１次関数を求める方法のうち、
２点を通る直線の方程式の簡単な求め方を説明します。
※
一般形（$ax+by+c=0$）で求めるものはやりません。

１次関数では求める文字が２つで、
２点を通る方程式なので連立方程式も使えます。

しかし、これほど効率の悪い求め方もない。
もちろん、連立方程式をたてでという方針の問題なら仕方ないですが。

直線の方程式だけなら短時間で求められる。
ということを実感しもらえたら嬉しいです。

では、前置きが長くなってしまったので問題に入ります。
※
数式入力の関係で一部別のところで入力して画像として貼り付けます。

〔問題１〕２点 $(2,3)(4,9)$ を通る１次関数の式を求めよ。

〔問題２〕２点 $(0,2)(3,4)$ を通る１次関数の式を求めよ。

〔問題３」２点 $(-1,7)(2,4)$ を通る１次関数の式を求めよ。

先ずはこの３つで練習しましょう。

「え？これだけ？」といいたいことは分かりますがとりあえず求めましょう。

問題１

最初にすべき作業

「２点を縦に並べて」、x の増分と y の増分を求めます。

$$\begin{matrix} & (2,3) & \\ +2 & & +6 \\ & (4,9) & \end{matrix} \qquad （変化の割合） = \frac{+6}{+2} = 3$$

x の増加量が+2、y の増加量が+6です。
このときそれぞれの増分を出すとき同じ方向に引き算することを忘れないで下さい。
（下の座標から上の座標を引くことをお勧めしています。）
なので変化の割合、つまり傾きが３なので求める直線は

$$y = 3x + b$$

とおけて、２点のどちらの点の座標も代入してなり立たなければならないので、
（２，３）を代入して b（切片）を求めます。

$$3 = 3(2) + b$$
$$b = -3$$

自分でやっておいて何ですが、
移項と計算を同時にやっているのでミスし易いです。

求める１次関数は $y = 3x - 3$ 。

という感じで①傾きを求めて、②切片を求めるという順序で求めます。
実際にやっているのは数字があるところなのでやってみると早いです。

そういえば、なぜ下から上を引くことを勧めているかというと、
グラフから座標を抜き出すとき x 座標の小さい方から着目することが多いからです。
つまり下に書き出す座標の x 座標の方が、上の座標より大きいから差分が正になり易い。

次、〔問題２〕

$$\begin{matrix} & (0,2) & \\ +3 & & +2 \\ & (3,4) & \end{matrix}$$

同じように傾きは $\dfrac{2}{3}$ 、切片は上の点から２なので $y = \dfrac{2}{3}x + 2$ 。

もちろん $y=a\,x+b$ の式を書いて求めても同じです。

次、〔問題３〕

$$\begin{matrix} & (-1,7) & \\ +3 & & -3 \\ & (\ 2,4) & \end{matrix}$$

同じように傾きは−1、なので

$$y = -x + b$$

とおけて、（代入する点はどちらでもいい。）

点 $(-1, 7)$ を通るから

$$7 = -(-1) + b$$
$$b = 6$$

求める１次関数の式は $y = -x + 6$ 。

求めた式があっているかどうかは代入した点とはちがう、
他のもう一つの点を入れて成り立てば良いです。（やった方が良い。）

これはいくらでも問題が教科書、問題集にあると思うので練習できます。
ただし、式を求めるのは次の方法を覚えてからで良いです。

問題はさっきと同じです。

〔問題１〕２点 $(2, 3)(4, 9)$ を通る１次関数の式を求めよ。

〔問題２〕２点 $(0, 2)(3, 4)$ を通る１次関数の式を求めよ。

〔問題３」２点 $(-1, 7)(2, 4)$ を通る１次関数の式を求めよ。

〔問題１〕
傾きを求めるまでは同じです。
変化の割合を聞かれることも多いですからこれはやっておきましょう。

$$+2 \begin{array}{c}(2, 3)\\(4, 9)\end{array} +6$$

傾きは３。

ですが、切片は文字設定せずに出ます。

点（２，３）を通るので

$$y = 3(x - 2) + 3$$

となります。

直線上の点であればその直線を表す１次関数を満たしていないとおかしい。
（ $x=2$ を代入すると（かっこ）の中が０になり $y=3$ となるので満たしています。）

展開すると「標準形」と呼ばれる形になります。

$$y = 3x - 3$$

これって特別なことではなく高校生なら普通にやっています。
（特に微分をやった後でこれをやっていないという方が不思議です。）

公式として表しておきます。

【公式】

傾き k で、点 (a, b) を通る直線は

$$y = k(x-a)+b$$

と表すことができる。

いくつかやればすぐ慣れます。
〔問題２〕

$$+3\left(\begin{array}{c}(0, 2)\\(3, 4)\end{array}\right)+2 \qquad \text{傾きは } \frac{2}{3}$$

点（ 0 , 2 ）を通るから

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}(x-0)+2 \\ &= \frac{2}{3}x+2 \end{aligned}$$

なぜ最初の解き方で、すぐ切片に気がついたか分かるでしょう。

もう一つの点を使ってみると
点（ 3 , 4 ） を通るから

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}(x-3)+4 \\ &= \frac{2}{3}x-2+4 \\ &= \frac{2}{3}x+2 \end{aligned}$$

大した差はないのでどちらでも良いですが、、、少しでも楽な方とみると前者です。
分数計算になるとややこしいことが、いろいろとやっていると分かります。

ここでは方法を伝えているので演習はしません。

〔問題３〕ここでは実践だけ。

$$+3 \quad \begin{matrix} (-1,7) \\ (\ 2,4) \end{matrix} \quad -3 \qquad\qquad 傾き \ -1$$

$$\begin{aligned} y &= -(x-2)+4 \\ &= -x+2+4 \\ &= -x+6 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} y &= -(x+1)+7 \\ &= -x-1+7 \\ &= -x+6 \end{aligned}$$

どちらでも良いですが、x 座標に正のものがあれば私はそちらを選ぶことが多いです。
なぜか？ちょっとした理由はありますが、（通る点が分かり易い。）
分数がなければどちらでも使います。

ただ、展開してしまえば同じなのでお好きな方でどうぞ。
ここはそれ程深く考えなくて良いところです。

どう？ここまでで少しは楽になりましたか？

本当は２点を通る１次関数を求める公式はあります。
傾きを求めるところを定数 k に組み込んだものです。
ですが傾きを求めるまでは計算してから求める公式で十分です。

公立入試の関数問題を見て下さい。
当会のブログでも解説しているのでそちらを確認して下さい。
検索「効率学習研究会　公立入試数学　解説」で表示されるはず？

「さりげなく」、いろいろな解説を見てみると「しつこく」、
１次関数を求める練習はしておいた方が良い、と書いてあるはずです。

全国の公立入試問題を公開していますがいつ消去するかは分かりません。
今の内にあなただけでも「しつこさ」を確認しておくと良いです。

関数が苦手だというあなたが、
少しでも関数に取り組む気持ちが芽生えたならうれしいなあ。

ということで終わります。

効率学習研究会　柏田