

平成 30 年度 公立高等学校入学者選抜

学力検査問題

数 学

注 意

- 1 検査係員の指示があるまで、問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。
- 2 問題は【問 1】から【問 4】まであり、問題冊子の 2 ~ 9 ページに印刷されています。10 ページ以降に問題はありません。
- 3 問題冊子とは別に、解答用紙があります。解答は、すべて解答用紙の の中に書き入れなさい。
- 4 分数で答えるときは、それ以上約分できない分数で答えなさい。
また、解答に $\sqrt{\quad}$ を含む場合は、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。
- 5 計算をしたり、図をかいたりすることが必要なときは、問題冊子のあいているところを使いなさい。

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $0 - 5$

② $(-6^2) \div 12$

③ $\frac{10}{\sqrt{2}} + \sqrt{18}$

④ $2x - y - \frac{x - y}{5}$

(2) $(x + 5)(x - 1) - 2x - 3$ を因数分解しなさい。

(3) 二次方程式 $3x^2 + x = 1$ を解きなさい。

(4) 2月9日の最低気温は -4°C だった。これは前日の2月8日の最低気温より 3°C 高い気温である。前日の2月8日の最低気温を求める式として正しいものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

- | | |
|---|------------|
| ア | $(-4) + 3$ |
| イ | $(-4) - 3$ |
| ウ | $3 + (-4)$ |
| エ | $3 - (-4)$ |

(5) y が x に反比例するものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

- | | |
|---|---|
| ア | 面積が 10 cm^2 の三角形の底辺 $x \text{ cm}$ と高さ $y \text{ cm}$ |
| イ | 150ページの本を、 x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ |
| ウ | 1本120円のジュースを x 本買ったときの代金 y 円 |
| エ | x 円の品物を3割引で買ったときの代金 y 円 |

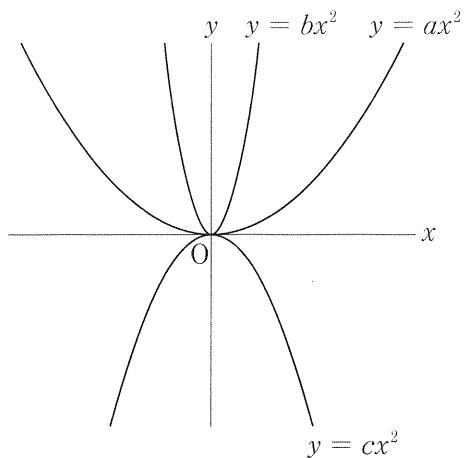
(6) 図1は、3つの関数

$$y = ax^2, y = bx^2, y = cx^2$$

のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものである。

図1の3つの関数について、比例定数 a, b, c を小さい順に左から並べて書きなさい。

図1

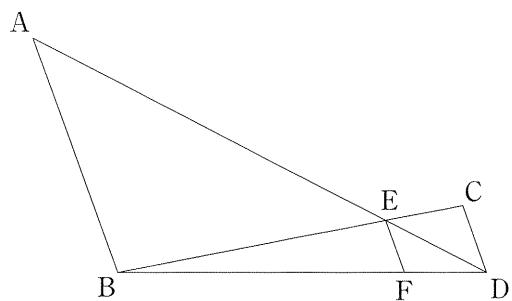


(7) 図2のように、AB, CD, EFが平行で、

AB = 15 cm, EF = 3 cm の図形がある。CD の

長さを求めなさい。

図2



(8) 「整数 a, b で、 a も b も偶数ならば、 $a + b$ は偶数である。」ということがらは正しい。

しかし、このことがらの逆「整数 a, b で、 $a + b$ が偶数ならば、 a も b も偶数である。」は正しくない。これは、次のように説明できる。

整数 a, b が、例えば、 $a = \boxed{あ}$, $b = \boxed{い}$ のとき、 $\boxed{あ} + \boxed{い}$ を計算すると、和は $\boxed{う}$ となり、偶数である。しかし、 $\boxed{あ}$ と $\boxed{い}$ は偶数ではない。

よって、「整数 a, b で、 $a + b$ が偶数ならば、 a も b も偶数である。」は正しくない。

上の説明の $\boxed{あ} \sim \boxed{う}$ に当てはまる整数の例を1つずつ書きなさい。

(9) 赤玉が2個、白玉が1個入っている袋から、玉を1個取り出して色を調べ、それを袋にもどすことを繰り返す。はじめから2回続けて赤玉が取り出された。3回目は赤玉と白玉のどちらが取り出されやすいか、次のア、イから正しいものを1つ選び、記号を書きなさい。また、それが正しいことの理由を、3回目に赤玉が取り出される確率と白玉が取り出される確率をそれぞれ求め、値を示し比較して説明しなさい。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいとする。

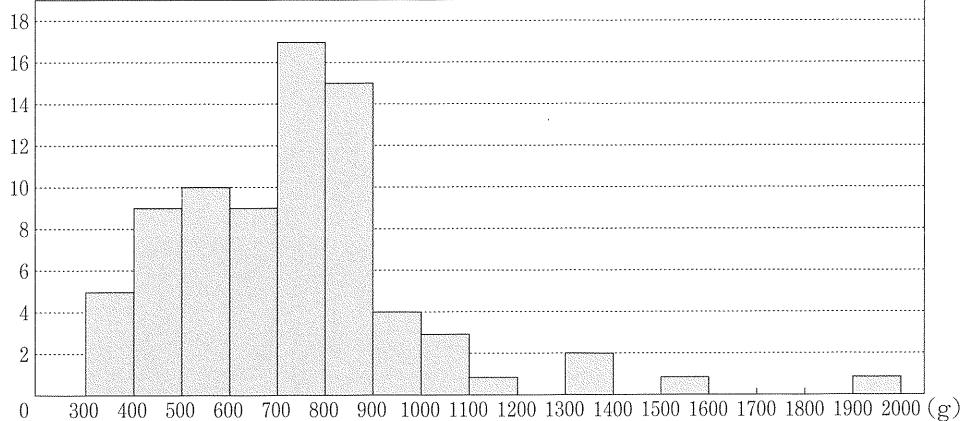
[ア 赤玉が取り出されやすい イ 白玉が取り出されやすい]

【問 2】 各問い合わせに答えなさい。

(1) あやさんは、平成27年度の1人1日当たりのごみ排出量が長野県は836gであり、「ごみ排出量の少なさランキング」2年連続全国1位であることを知った。そこで、あやさんは、平成27年度の長野県の全77市町村における、各市町村の人口と1人1日当たりのごみ排出量を調べて表にまとめた。表1はその一部である。さらに、あやさんは、表をもとに図1のヒストグラムに整理した。図1から、例えば、1人1日当たりのごみ排出量が300g以上400g未満の階級の度数は5であることがわかる。

図1 1人1日当たりのごみ排出量と市町村数

(市町村)



① 図1で、度数が15の階級を答えなさい。

② 長野県では、「1人1日当たりごみ排出量800g以下」の達成を目指して「チャレンジ800」ごみ減量推進事業に取り組んでいる。図1から平成27年度の1人1日当たりのごみ排出量が800g未満である市町村数は長野県の77市町村の何%にあたるか、最も適切なものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

[ア 約59% イ 約62% ウ 約65% エ 約68%]

③ あやさんは、長野県における平成27年度の1人1日当たりのごみ排出量を、表1の下線部の値と長野県の全市町村数77を使って次のように計算した。

$$56659 \div 77 = 735.8 \dots$$

ここで、あやさんは、この計算で得られる約736gは公表された値836gと異なることに気がついた。長野県の1人1日当たりのごみ排出量836gを求める正しい計算方法を、次の3つの語句を使って説明しなさい。

各市町村の人口、長野県の人口、各市町村の1人1日当たりのごみ排出量

表1 各市町村の人口と
1人1日当たりのごみ排出量

市町村	人口 (人)	1人1日当たりの ごみ排出量 (g)
1 ○○	104246	735
2 △△	13022	458
3 □□	22423	827
76 ◇◇	11750	682
77 ☆☆	2064	811
合計	2135542	56659

(環境省廃棄物処理技術情報資料より作成)

(2) みほさんの学級では、文化祭の展示用に、図2のような正四角錐の案内表示を作ることになった。図3は、その展開図である。

- ① 図3の展開図を組み立てた正四角錐について、辺AEとねじれの位置にある辺をすべて選び、記号を用いて書きなさい。

- ② 図2の正四角錐の高さが18 cm になるようにしたい。

底面の正方形の1辺の長さが15 cm のとき、その1辺を底辺とする側面の三角形の高さ h cm を求めるための方程式として正しいものを、次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。

$$\left[\begin{array}{ll} \text{ア} & 18^2 = h^2 + 15^2 \\ \text{ウ} & 18^2 = h^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{イ} & h^2 = 18^2 + 15^2 \\ \text{エ} & h^2 = 18^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 \end{array} \right]$$

(3) ある日の夜に、北の空に見えるカシオペヤ座の5つの星を、カメラを固定し時間をおいて3回撮影した。図4は、その写真を合成し、ある1つの星について、撮影した時刻ごとの位置を3点A, B, Cと表し、カシオペヤ座の5つの星を結ぶ線と星の動きを表す矢印をかき入れたものである。この写真上に北極星を表す点をかくとき、その点をPとする。なお、カシオペヤ座の5つの星は、それぞれ24時間で北極星を中心とした円周上を矢印の方向に1周するものとする。

- ① 図5は、図4の3点A, B, Cについて位置関係を変えずに表したものである。

図5に、点Pを、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、点Pを表す文字Pも書き、作図に用いた線は消さないこと。

図2

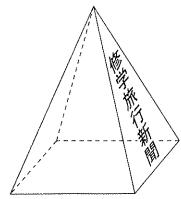


図3

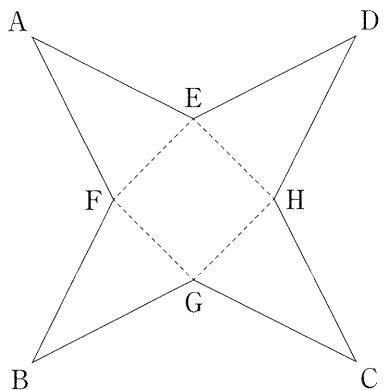


図4

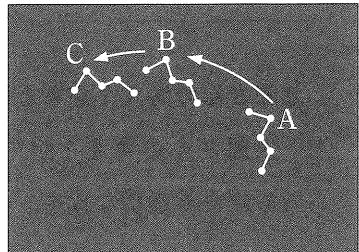
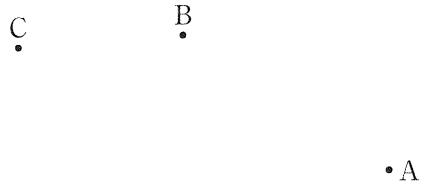


図5



- ② さらに、半径PAの長さが7 cm のとき、点Bを通る弧ACの長さが $\frac{35}{12}\pi$ cm であった。点Aの位置にあった星が点Cの位置に移動するまでにかかった時間を求めなさい。ただし、求める時間を x 時間として、 x についての方程式または比例式と、途中の計算過程も書くこと。

【問 3】 太郎さんは、身のまわりから、ともなって変わる 2 つの数量を探し、その関係を考えた。

I 太郎さんは、鍋に水を入れて熱したときの水温の変化を調べた。そして、水を熱し始めてから x 分後の水温を y °C として、 x と y の関係を表 1 にまとめた。また、表 1 で、対応する x と y の値の組を座標とする点をとると、図のようになった。

太郎さんは、図から、次のように考えた。

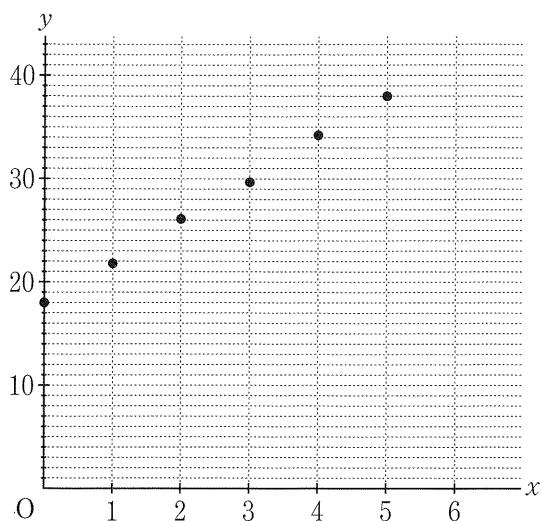
〔太郎さんの考え方 1〕

図の 6 つの点が、ほぼ □ 上に並んでいるので、 y は x の一次関数とみることができる。また、その一次関数のグラフが 2 点(0, 18), (5, 38)を通るものとして式を求めると、式は □ となる。

表 1

x	0	1	2	3	4	5
y	18.0	21.8	26.1	29.7	34.2	38.0

図



太郎さんの考え方 1 をもとにして、各問い合わせに答えなさい。

- (1) 太郎さんの考え方 1 が正しくなるように、□ には当てはまる適切な語句を、□ には当てはまる適切な式を、それぞれ書きなさい。
- (2) 太郎さんは、熱する時間が 5 分を超えて水温が同じように変化を続けるとして、熱し始めてから水温が 80 °C になるまでにかかる時間を求めたいと考えた。グラフを用いずに、□ の式を用いて求める方法を説明しなさい。ただし、実際に時間を求める必要はない。

II 太郎さんは、身のまわりに一次関数とみなせるものがないかと考え、10 階建てのビルにある同じ性能の 2 機のエレベーターが動く様子を外から観察した。そして、エレベーターが 1 階と 10 階以外にはとまらずに等速で動くとすれば、動き始めてからの時間とエレベーターの高さの関係を一次関数とみることができると考えた。そこで、太郎さんは、エレベーターが 1 階から 10 階の間をとまらずに動いたときの時間を 3 回計測し、表 2 のようにまとめた。なお、エレベーターの高さは、1 階の床面からエレベーターの床面までの高さとし、10 階にとまっているエレベーターの高さは、1 階の床面から 27 m とする。

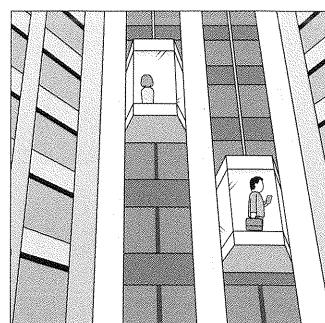


表 2

	1回目	2回目	3回目
上り	35秒40	36秒50	36秒15
下り	35秒39	36秒05	36秒42

太郎さんは、エレベーターが動き始めてから x 秒後のエレベーターの高さを y m として、 x と y の関係を次のように考えた。

〔太郎さんの考え方 2〕

表 2 の結果から、エレベーターが 1 階から 10 階の間をとまらずに動いたときの時間を、上りと下りともに 36 秒として考えると、エレベーターの速さは、う $\div 36 = 0.75$ より、秒速 0.75 m となる。このことから、エレベーターが動き始めてから 36 秒後までの x と y の関係は、それぞれ次の式で表される。

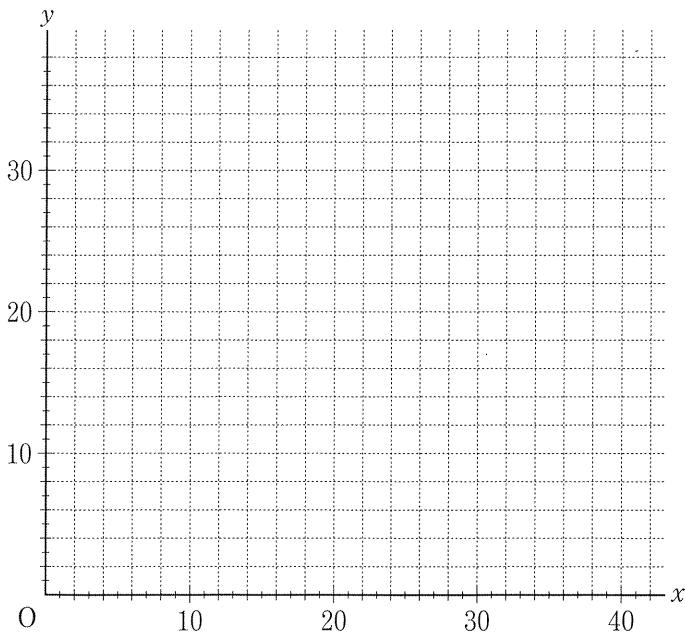
$$\text{上り} \cdots \cdots y = 0.75x$$

$$\text{下り} \cdots \cdots y = -0.75x + 27$$

太郎さんの考え方 2 をもとにして、各問い合わせに答えなさい。

(1) 太郎さんの考え方 2 が正しくなるように、う に当てはまる適切な数を書きなさい。

(2) $0 \leq x \leq 36$ のとき、 $y = -0.75x + 27$ のグラフをかきなさい。



(3) その後、太郎さんが 2 機のエレベーター A と B の動く様子を観察していたら、1 階から上の A と 10 階から下る B が同時に動き始め、A と B は 1 階と 10 階以外にはとまらなかった。

① A と B が同時に動き始めてから 10 秒後の A の高さと B の高さの差を求めなさい。

② A と B が同時に動き始めてから最初に A の高さと B の高さが等しくなったのは何秒後か、求めなさい。

③ さらに、A は 10 階に到着した後、6 秒間とまってから下り始め、B は 1 階に到着した後、10 秒間とまってから上り始めた。次に A の高さと B の高さが等しくなったのは、A と B が同時に動き始めてから何秒後か、求めなさい。なお、A と B は 1 階と 10 階以外にはとまらなかった。

【問 4】 図1のように、半径2cmの円Oと、円Oの外部の点Aがあり、円Oと線分OAの交点をBとする。

図1

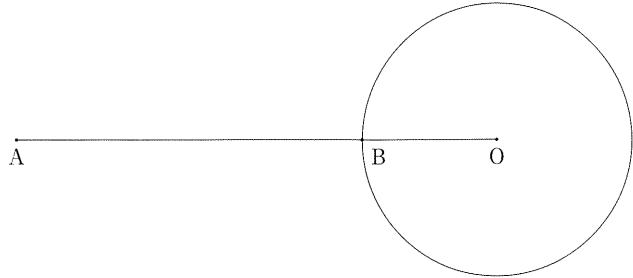
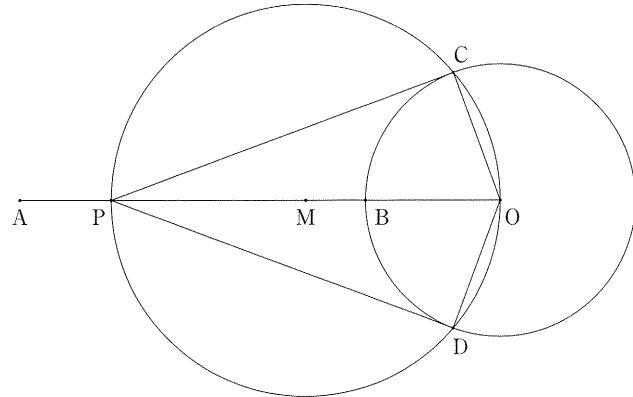


図2は、図1をもとに、次のかく手順に従ってかいたものである。

〔かく手順〕

- ① 点Pを線分AB上にとる。ただし、点Pは点Bと重ならないものとする。
- ② 線分POの中点Mを中心として、MOを半径とする円Mをかく。
- ③ 円Mと円Oの交点をそれぞれC, Dとする。
- ④ 点Oと点C, 点Oと点D, 点Cと点P, 点Dと点Pをそれぞれ結ぶ。

図2

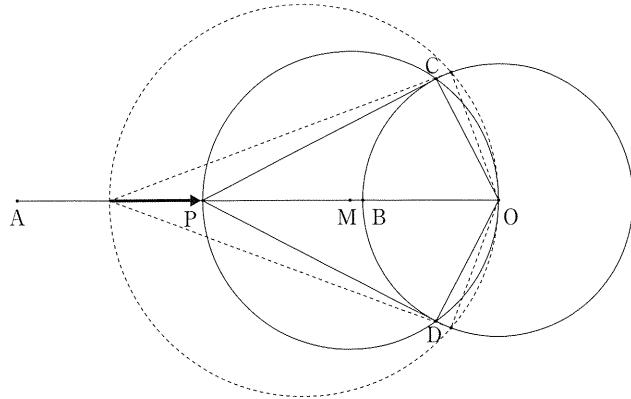


I 図2において、2つの三角形が合同であることを示し、 $PC = PD$ を証明したい。各問い合わせなさい。

- (1) 合同を示す2つの三角形の1つを $\triangle POC$ としたとき、もう1つの三角形を記号を用いて書きなさい。
- (2) (1)で示した2つの三角形の合同を証明し、 $PC = PD$ を証明しなさい。

II 図3は、図2の点Pを点Oの方向に動かしていく様子を表したものである。ただし、かく手順は変えないものとする。各問いに答えなさい。

図3

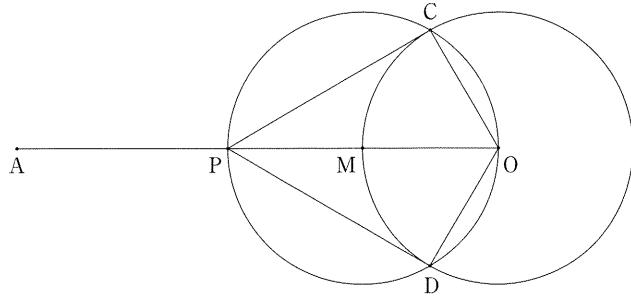


(1) 図4は、図3のように点Pを点Oの方向に動かして点Mと点Bが一致したときの図である。

ただし、点Bを表す文字Bを省いて表している。

このとき、PCの長さを求めなさい。

図4



(2) さらに、点Pを点Oの方向へ動かしていき、3点C, M, Dが一直線上に並ぶときを考える。

① $\angle CPO$ の大きさを求めなさい。

② 四角形OCPDの面積を求めなさい。

(3) さらに、点Pを点Oの方向へ動かしていく。円Mの面積が円Oの面積の $\frac{1}{3}$ になるとき、 $\triangle OCD$ の面積を求めなさい。

これより先に問題はありません。

下書きなどが必要なときに、自由に使いなさい。