

2

Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

〔先生が示した問題〕

a, b, h を正の数とし、 $a > b$ とする。

右の図1は、点O、点Pをそれぞれ底面となる円の中心とし、2つの円の半径がともに a cmであり、四角形ABCDは $AB = h$ cmの長方形で、四角形ABCDが側面となる円柱の展開図である。

図1

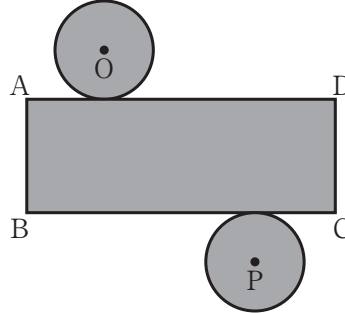
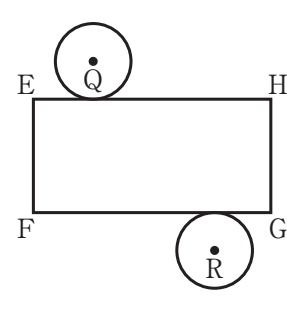


図2



右の図2は、点Q、点Rをそれぞれ底面となる円の中心とし、2つの円の半径がともに b cmであり、四角形EFGHは $EF = h$ cmの長方形で、四角形EFGHが側面となる円柱の展開図である。

図1を組み立ててできる円柱の体積を $X \text{ cm}^3$ 、図2を組み立ててできる円柱の体積を $Y \text{ cm}^3$ とすると、 $X - Y$ の値を a, b, h を用いて表しなさい。

〔問1〕〔先生が示した問題〕で、 $X - Y$ の値を a, b, h を用いて、 $X - Y = \square$ と表すとき、 \square に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。
ただし、円周率は π とする。

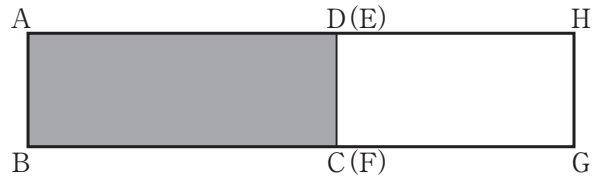
ア $\pi(a^2 - b^2)h$ イ $\pi(a - b)^2h$ ウ $2\pi(a - b)h$ エ $\pi(a - b)h$

Sさんのグループは、〔先生が示した問題〕で示された2つの展開図をもとにしてできる長方形が側面となる円柱を考え、その円柱の体積と、 X と Y の和との関係について次の問題を作った。

〔Sさんのグループが作った問題〕

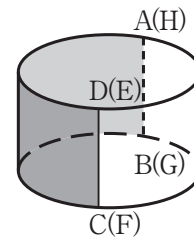
a, b, h を正の数とし、 $a > b$ とする。 図3

右の図3で、四角形ABGHは、図1の四角形ABCDの辺DCと図2の四角形EFGHの辺EFを一致させ、辺AHの長さが辺ADの長さと辺EHの長さの和となる長方形である。



右の図4のように、図3の四角形ABGHが円柱の側面となるように辺ABと辺HGを一致させ、組み立ててできる円柱を考える。

図4



〔先生が示した問題〕の2つの円柱の体積 X と Y の和を $W \text{ cm}^3$ 、図4の円柱の体積を $Z \text{ cm}^3$ とすると、 $Z - W = 2\pi abh$ となることを確かめてみよう。

〔問2〕〔Sさんのグループが作った問題〕で、 $Z - W = 2\pi abh$ となることを証明せよ。
ただし、円周率は π とする。