令和２年度（2020 年度）　公立高等学校入学者選抜

学力検査問題

数　　学

注　　意

1　検査係員の指示があるまで，問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。

2　問題は【問 1】から【問 4】まであり，問題冊子の２～９ページに印刷されています。10 ページ以降に問題はありません。

3　問題冊子とは別に，解答用紙があります。**解答は，すべて解答用紙の $\boxed{}$ の中にかき入れなさい。**

4　分数で答えるときは，それ以上約分できない分数で答えなさい。また，解答に $\sqrt{}$ を含む場合は，$\sqrt{}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。

5　計算をしたり，図をかいたりすることが必要なときは，問題冊子のあいているところを使いなさい。

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) $3-(-5)$ を計算しなさい。

(2) -4^2 はどのように計算するか，正しいものを次のア～エから1つ選び，記号を書きなさい。

〔 ア $(-4)\times 2$　イ $(-4)\times(-4)$　ウ $-(4\times 4)$　エ $-(4+4)$ 〕

(3) 一次方程式 $2(x-1)=-6$ を解きなさい。

(4) $\sqrt{75}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

(5) n を整数とするとき，いつでも奇数になる式として正しいものを，次のア～オからすべて選び，記号を書きなさい。

〔 ア $n+1$　イ $2n$　ウ $2n+1$　エ $2n+3$　オ $3n$ 〕

(6) 豊さんは，展開を利用してノートのように 41×39 を計算した。ノートの計算の仕方を参考にして，698×702 を計算するとき，次の $\boxed{あ}$ ，$\boxed{い}$ に当てはまる適切な自然数をそれぞれ書きなさい。

〔ノート〕

$$41\times 39=(40+1)\times(40-1)$$
$$=40^2-1^2$$
$$=1599$$

$$698\times 702=(\boxed{あ}-\boxed{い})\times(\boxed{あ}+\boxed{い})$$
$$=\boxed{あ}^2-\boxed{い}^2$$
$$=489996$$

(7) 表は，y が x に反比例する関係を表したものである。表の $\boxed{う}$ に当てはまる適切な数を書きなさい。

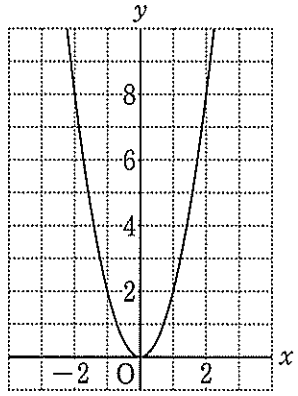
表

x	…	0	1	2	3	…
y	…		-16	-8	$\boxed{う}$	…

(8) 図１は，関数 $y = 2x^2$ のグラフである。この関数について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

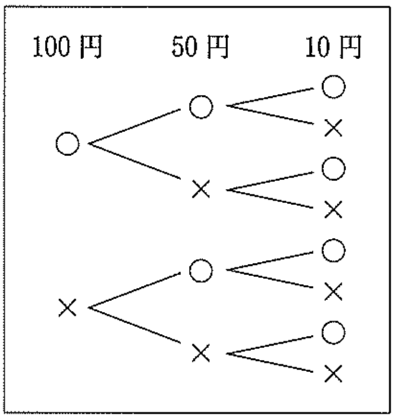
［ **ア** $0 \leqq y \leqq 8$　　**イ** $0 \leqq y \leqq 2$
　 ウ $-2 \leqq y \leqq 1$　　**エ** $2 \leqq y \leqq 8$ ］

図１



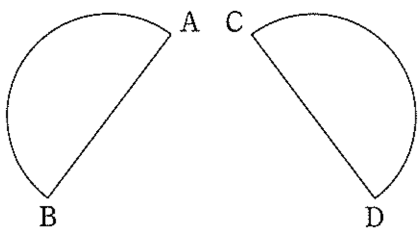
(9) 図２は，100 円，50 円，10 円の３枚の硬貨を同時に投げるときの表と裏の出方について，表を○，裏を×として，すべての場合を表した樹形図である。このとき，表が出た硬貨の合計金額が，110 円以上になる確率を求めなさい。ただし，どの硬貨も表と裏の出方は，同様に確からしいものとする。

図２



(10) 図３で，線分 CD を直径とする半円は，ある直線 ℓ を対称の軸として，線分 AB を直径とする半円を対称移動したものである。図３に，直線 ℓ を定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，直線を表す文字 ℓ も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図３

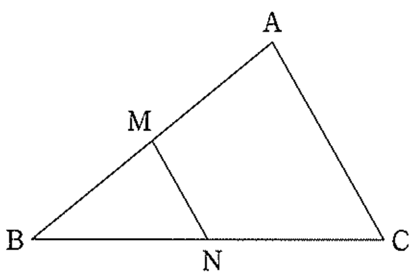


(11) 図４は，△ABC の辺 AB，BC の中点を，それぞれ M，N とし，これらを直線で結んだものである。

① ∠A ＝ 80°のとき，∠BMN の大きさを求めなさい。

② 点 C を通り，辺 AB に平行な直線をひき，直線 MN との交点を P とし，四角形 AMPC をつくる。
　AB ＝ 8 cm，AC ＝ 6 cm のとき，四角形 AMPC の周の長さを求めなさい。

図４



【問 2】 各問いに答えなさい。

(1) 表は，中学生 1000 人，高校生 1500 人について，平日のインターネットの利用時間を調査し，中学生と高校生の利用時間を比較するために整理した度数分布表である。

表

利用時間(時間)	中学生	高校生
	度数(人)	度数(人)
以上　未満		
0 ～ 1	401	182
1 ～ 2	262	340
2 ～ 3	178	374
3 ～ 4	68	264
4 ～ 5	41	115
5 ～ 6	50	225
計	1000	1500

① 高校生について，度数が最も多い階級を書きなさい。

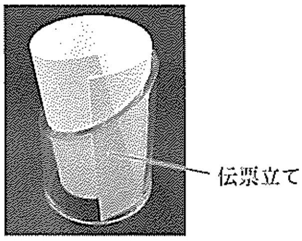
② 利用時間が 1 時間以上 2 時間未満の階級における，高校生の相対度数を，小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めなさい。

③ 中学生と高校生について，利用時間が 1 時間以上 2 時間未満の生徒の割合を比べたとき，その割合が大きいのは中学生と高校生のどちらか。正しいものを次のア，イから 1 つ選び，記号を書きなさい。また，それが正しいことの理由を，比較した値を示して説明しなさい。

〔 ア 中学生の割合の方が大きい　　イ 高校生の割合の方が大きい 〕

(2) 図 1 の伝票立てを見て，この形に興味をもった桜さんは，底面の円の半径が 2 cm の円柱を，斜めに平面で切った図 2 の立体 P について考えた。図 3 は P の投影図である。ただし，AD = 5 cm，AB = BC であり，四角形 ABCD は，∠B = ∠C = 90° の台形であるものとする。

図 1



① CD の長さを求めなさい。

② P の体積を求めなさい。

図 2

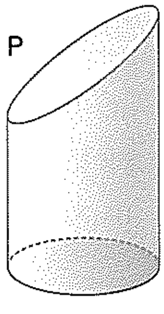
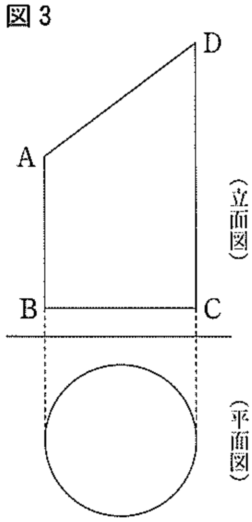
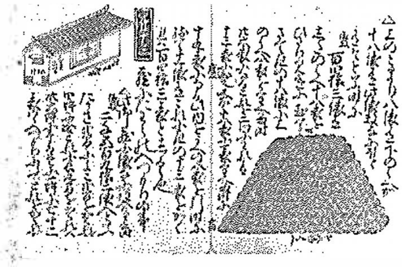


図 3



(3) 「塵劫記（じんこうき）」という江戸時代の書物には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されている。図４は，俵の数の求め方を紹介した「俵すぎざんの事」の一部である。学さんは，俵すぎざんに興味をもち，俵の数の求め方を，次のようにまとめた。

図４　「俵すぎざんの事」の一部



（公益財団法人阪本龍門文庫蔵・
奈良女子大学学術情報センター画像提供）

〔学さんがまとめたこと〕

俵すぎざんでは，俵は１段上がるごとに１個ずつ減らして積まれている。

例えば，図５のように，一番下の俵の数が６個，一番上の俵の数が３個のとき，俵の数を数えると全部で 18 個とわかる。しかし，数えなくても，図６のように，同じものを逆向きに組み合わせると，全部の俵の数は

（１列の俵の数）×（段の数）÷２

で求めることができる。

図５

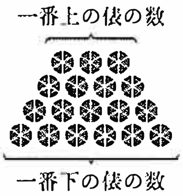
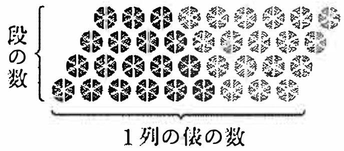


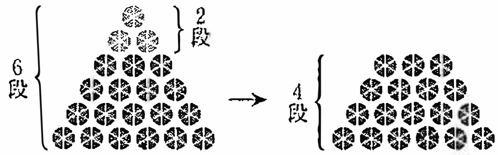
図６



まず，１列の俵の数は，$6+3=9$ で９個となる。

次に，段の数は，図７のように，一番上の俵の数が１個になるまで積み上げたと考えると６段となり，上の２段をひいて，$6-2=4$ で４段となる。

図７



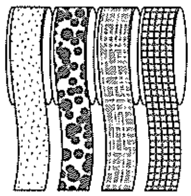
だから，$\underline{9\times4\div2}=18$ となり，全部の俵の数は 18 個となる。

この考え方を使うと，一番下の俵の数と一番上の俵の数がわかれば，全部の俵の数を計算で求めることができる。

① 一番下の俵の数が８個で，１段上がるごとに１個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が４個になるように積むとき，全部の俵の数を求めるための式を，**学さんがまとめたこと**の下線部の式の形で書きなさい。

② 60 個の俵を，１段上がるごとに１個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が４個になるように積むとき，一番下の俵の数は何個か。方程式をつくり，求めなさい。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に示し，方程式と答えを求めるまでの過程を書くこと。

【問 3】 A店とB店では，それぞれ次のようにリボンが売られている。



・A店とB店ともに，1 cm 単位で必要な長さを切って販売している。
・A店では 1 cm 当たり 5 円，B店では 70 cm まで 250 円，70 cm をこえた分については 1 cm 当たり 6 円で販売している。

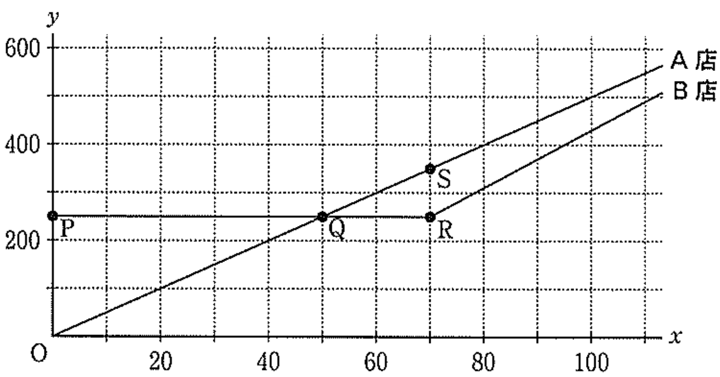
ただし，消費税については考えないものとし，店によってリボンの品質は変わらないものとする。各問いに答えなさい。

I どちらかの店でリボンをできるだけ安く買いたいと思っている香さんは，2店のリボンの長さと代金の関係について調べた。表は，それぞれの店で x cm のリボンを買うときの代金を y 円とし，y を x の一次関数と考え，x の変域ごとに式に表したものである。図1は，表をもとに，それぞれの店の x と y の関係をグラフに表したものである。

表

店	式（x の変域）
A店	$y = 5x$ （$x > 0$）
B店	$y = 250$ （$0 < x \leqq 70$）
	$y = \boxed{あ}\ x - 170$ （$x > 70$）

図1



(1) A店とB店のリボンの代金が等しくなるときの長さは，図1におけるグラフ上のどの点の座標からわかるか，最も適切なものを次のア～エから1つ選び，記号を書きなさい。ただし，リボンの長さは 100 cm 以下とする。

〔 ア 点P　イ 点Q　ウ 点R　エ 点S 〕

(2) 30 cm のリボンを買うとき，代金が安いのはA店とB店のどちらの店か，店名を書きなさい。また，いくら安いか，求めなさい。

(3) 表の $\boxed{あ}$ に当てはまる適切な数を書きなさい。

(4) メモは，香さんが，50 cm より長いリボンを安く買える店についてまとめたものである。

メモ

$50 < x < \boxed{い}$ のとき，B店の方が安い。
$x = \boxed{い}$ のとき，2店の代金は等しい。
$x > \boxed{い}$ のとき，A店の方が安い。

① $\boxed{い}$ に当てはまる数は，式を用いて求めることができる。その方法を説明しなさい。ただし，用いる式を示して書きなさい。

② $\boxed{い}$ に当てはまる適切な数を書きなさい。

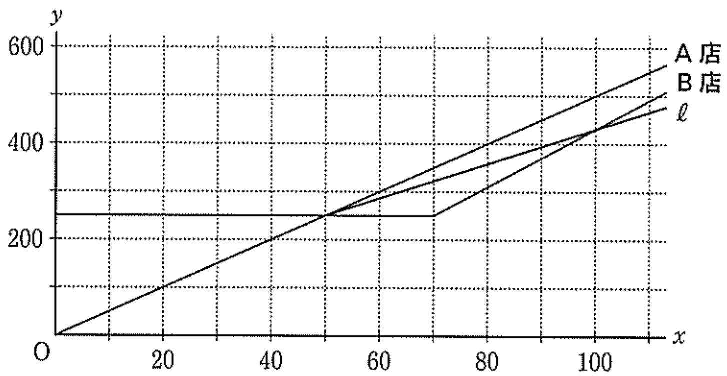
Ⅱ　A店の店長は，リボンの売り上げを伸ばすために割引きセールの企画を考えた。そこで，A店とB店のリボンの値段や購入者数などを比較したところ，次のことがわかった。

〔わかったこと〕
・販売するリボンの長さによってはB店の方がA店よりリボンの値段が安い。
・B店の方がA店よりリボンの購入者数が多い。
・A店とB店ともに，リボンの長さが100 cm未満の購入者数は少ない。

(1)　A店の店長は，**わかったこと**を踏まえ，50 cmより長いリボンの値段を変えて，100 cmより長いリボンの値段をB店より安くする**企画案1**を考えた。$\boxed{\text{う}}$，$\boxed{\text{え}}$ に当てはまる適切な数を，それぞれ書きなさい。ただし，$\boxed{\text{え}}$ に当てはまる数は整数であるものとする。

〔企画案1〕
　図2は，x cmのリボンの値段をy円とし，yをxの一次関数と考え，それぞれの店のxとyの関係をグラフに表し，点(50, 250)とB店のグラフ上の$x = 100$のときの点を通る直線ℓをひいたものである。このとき，直線ℓの傾きは $\boxed{\text{う}}$ となる。そこで，B店より安い値段で，売り上げが伸びるように1 cm当たりの値段が最も高い $\boxed{\text{え}}$ 円にする。

図2



(2)　A店の店長は，**図2**を見て，**企画案1**のとき売れるリボンの長さが長くなるほど，割引きする前と後では値段の差が大きくなることに気づいた。そこで，A店の店長はB店のように，ある長さまでは値段が一定になる**企画案2**を考えた。$\boxed{\text{お}}$ に当てはまる適切な数を書きなさい。

〔企画案2〕
・$\boxed{\text{お}}$ cmまで200円で販売する。
・$\boxed{\text{お}}$ cmをこえた分については，割引きセール前と同じ1 cm当たり5円で販売する。
・100 cmのとき，A店の値段がB店の値段と等しくなるようにする。

【問 4】 各問いに答えなさい。

Ⅰ 図1は，2点A，Bで交わる2つの円O，O′において，円O上を動く点Pをとり，直線PBと円O′の交点で点Bと異なる点をQとし，△APQをつくったものである。

図2は，図1の点Pを点Rの位置に動かし，それにともなって，点Qが点Sの位置に動いたものである。ただし，点P，Rは円O′の外部にある点であり，点Q，Sは円Oの外部にある点とする。

図1

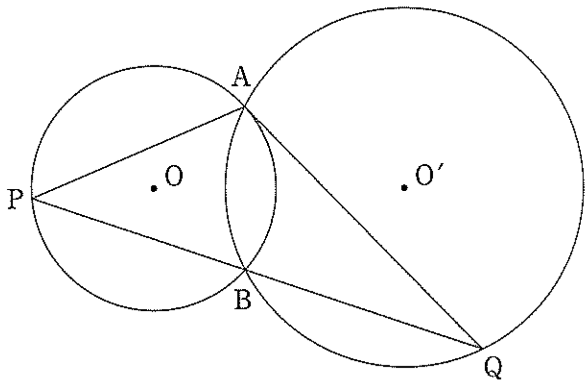
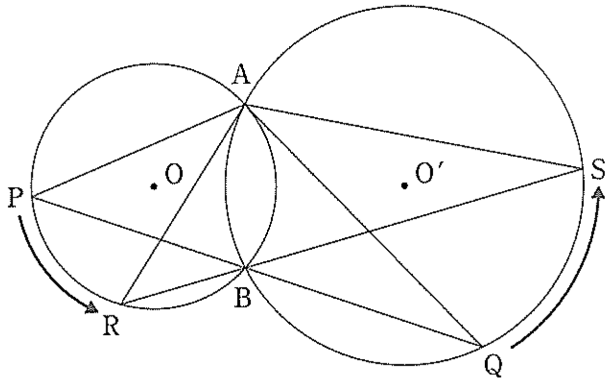


図2



(1) 図2で，∠PAQ = ∠RASは，次のように証明することができる。証明の $\boxed{あ}$ には当てはまる最も適切な弧を，$\boxed{い}$ には当てはまる最も適切な角を，それぞれ記号を用いて書きなさい。

〔証明〕
円Oの $\overset{\frown}{PR}$ に対する円周角は等しいので，
∠PAR = ∠PBR …①
また，円O′の $\overset{\frown}{\boxed{あ}}$ に対する円周角は等しいので，
∠QAS = ∠QBS …②
対頂角は等しいから，
∠PBR = ∠QBS …③
①，②，③から，∠PAR = ∠QAS …④
④より，∠PAR + ∠ $\boxed{い}$ = ∠QAS + ∠ $\boxed{い}$
したがって，∠PAQ = ∠RAS

(2) ∠PAQ = ∠RASは，△PAQ ∽ △RASを示すことでも証明することができる。
△PAQ ∽ △RASを示し，∠PAQ = ∠RASを証明しなさい。

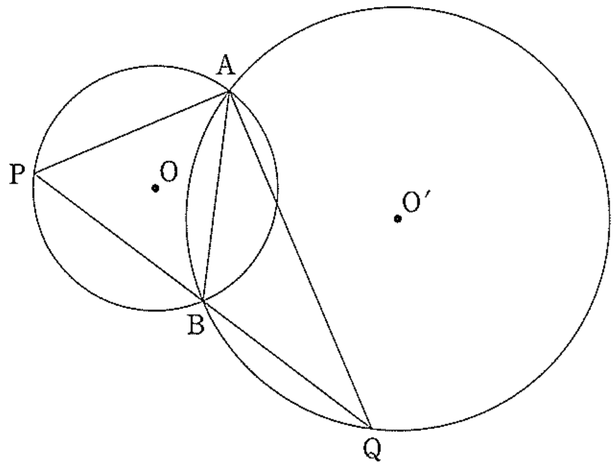
(3) (2)の証明の△PAQ ∽ △RASから，∠PAQ = ∠RASのほかにわかることとして正しいものを，次のア～ウから1つ選び，記号を書きなさい。

〔 ア AP : AR = PQ : AS イ AP : AR = AQ : AS ウ AP : AR = AS : AQ 〕

II　図3は，図1の2つの円O，O′のそれぞれの半径を変え，AB = BP = PA = BQ = 4 cm としたものである。

(1)　∠BAQ の大きさを求めなさい。

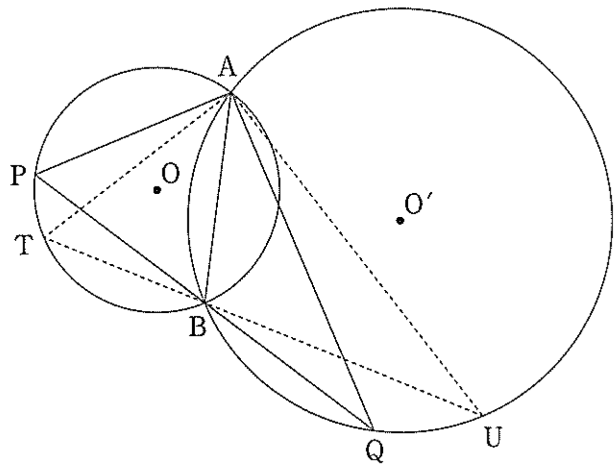
図3



(2)　円Oの半径を求めなさい。

(3)　図4は，図3において，点P以外に円O上の点Tをとり，直線TBと円O′との交点で点Bと異なる点をUとし，△ATU をつくったものである。点Tが円O上を動くと，△ATU の面積は変化する。△ATU の面積が最大になるとき，その面積を求めなさい。ただし，点Tは円O′の外部にあり，点Uは円Oの外部にある点とする。

図4



(4)　(3)で求めた △ATU の面積は，△APQ の面積の何倍か，求めなさい。

これより先に問題はありません。

下書きなどが必要なときに，自由に使いなさい。