令和３年度学力検査問題

数　学

注意

1　監督者の開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないでください。

2　問題は，１ページから９ページまであります。

3　解答は，全て解答用紙の所定の欄に記入してください。

4　解答用紙の※印の欄には，何も記入しないでください。

5　監督者の終了の合図で筆記用具を置き，解答面を下に向け，広げて机の上に置いてください。

6　解答用紙だけを提出し，問題冊子は持ち帰ってください。

1～6の問題に対する解答用紙への記入上の留意点
・ 答えが数または式の場合は，最も簡単な数または式にすること。
・ 答えに根号を使う場合は，$\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。

1 次の（1）～（9）に答えよ。

（1） $7+2\times(-6)$ を計算せよ。

（2） $3(2a+b)-2(4a-5b)$ を計算せよ。

（3） $\dfrac{14}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}$ を計算せよ。

（4） 2次方程式 $(x+6)(x-5)=9x-10$ を解け。

（5） 4枚の硬貨Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを同時に投げるとき，少なくとも１枚は表が出る確率を求めよ。
ただし，硬貨Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄのそれぞれについて，表と裏が出ることは同様に確からしいとする。

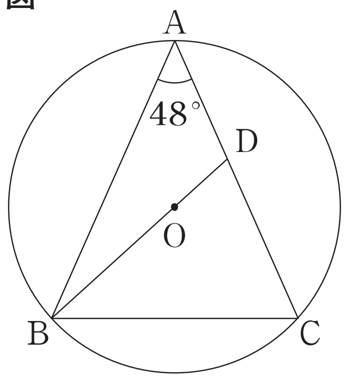
（6） 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域を求めよ。

（7） 関数 $y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフをかけ。

（8） △ＡＢＣにおいて，∠Ａ＝90°，ＡＢ＝6㎝，ＢＣ＝10㎝のとき，辺ＡＣの長さを求めよ。

（9） **図**のように，円Ｏの円周上に3点Ａ，Ｂ，Ｃを，ＡＢ＝ＡＣとなるようにとり，△ＡＢＣをつくる。線分ＢＯを延長した直線と線分ＡＣとの交点をＤとする。
∠ＢＡＣ＝ 48° のとき，∠ＡＤＢの大きさを求めよ。

図



2　紙飛行機の飛行距離を競う大会が行われる。この大会に向けて，折り方が異なる2つの紙飛行機A，Bをつくり，飛行距離を調べる実験をそれぞれ30回行った。

図1，図2は，実験の結果をヒストグラムにまとめたものである。例えば，図1において，Aの飛行距離が6m以上7m未満の回数は3回であることを表している。

図1

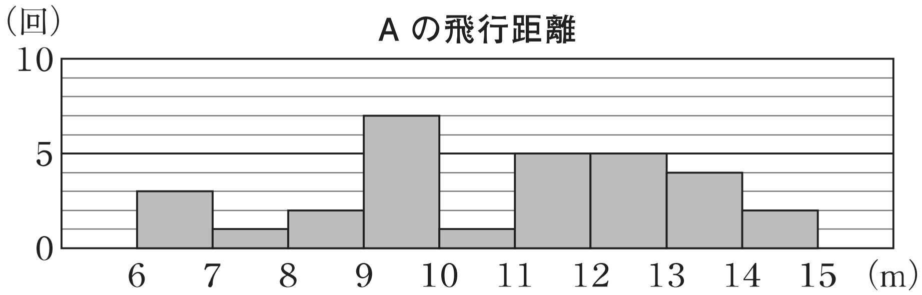
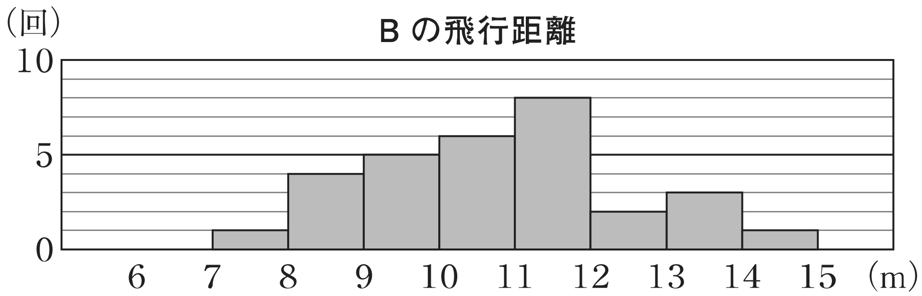


図2



次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　図1において，13m以上14m未満の階級の相対度数を四捨五入して小数第2位まで求めよ。

(2)　図1，図2において，AとBの飛行距離の平均値が等しかったので，飛行距離の中央値と飛行距離の最頻値のどちらかを用いて（どちらを用いてもかまわない。），この大会でより長い飛行距離が出そうな紙飛行機を選ぶ。

このとき，AとBのどちらを選ぶか説明せよ。

説明する際は，中央値を用いる場合は中央値がふくまれる階級を示し，最頻値を用いる場合はその数値を示すこと。

3 孝さんと桜さんは，連続する２つの偶(ぐう)数の積に１を加えた数がどのような数になるか次のように調べた。

調べたこと

$2\times4+1=9=3^2$
$4\times6+1=25=5^2$
$6\times8+1=49=7^2$
全て奇数の２乗になっている。

調べたことから，次のように予想した。

予想

連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる。

次の(１)～(３)に答えよ。

(１) **予想**がいつでも成り立つことの**証明**を完成させよ。

証明

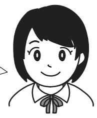
連続する２つの偶数は，整数mを用いると，

したがって，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる。

（2） 孝さんと桜さんは，**予想**の「連続する２つの偶数」を「２つの整数」に変えても，それらの積に１を加えた数は，奇数の２乗になるか話し合った。次の会話文は，そのときの内容の一部である。

孝さん

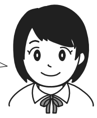
例えば２つの整数が２と６だと，それらの積に１を加えると13だから，奇数の２乗にならないよ。



１と３だと，それらの積に１を加えると４だから，奇数の２乗にならないけど，整数の２乗にはなるよ。

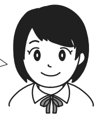
桜さん

本当だね。（ A ）の積に１を加えると，整数の２乗になるのかな。



文字を用いて考えてみようよ。

①（ A ）は，整数 n を用いると，n，n+2 と表されるから，これを用いて計算すると，整数の２乗になることがわかるよ。



確かにそうだね。計算した式をみると，②（ A ）の積に１を加えると，（ B ）の２乗になるということもわかるね。

下線部②は，下線部①の n がどのような整数でも成り立つ。（ A ），（ B ）にあてはまるものを，次の**ア**〜**ク**からそれぞれ１つ選び，記号をかけ。

ア 連続する２つの奇数
イ 異なる２つの奇数
ウ 和が４である２つの整数
エ 差が２である２つの整数
オ もとの２つの数の間の整数
カ もとの２つの数の間の偶数
キ もとの２つの数の和
ク もとの２つの数の差

（3） 次に，孝さんと桜さんは，連続する５つの整数のうち，異なる２つの数の積に**１以外の自然数**を加えた数が，整数の２乗になる場合を調べてまとめた。

まとめ

連続する５つの整数のうち，
（ X ）と（ Y ）の積に（ Ⓟ ）を加えた数は，（ Z ）の２乗になる。

上の**まとめ**はいつでも成り立つ。（ X ），（ Y ），（ Z ）にあてはまるものを，次の**ア**〜**オ**からそれぞれ１つ選び，記号をかけ。また，（ Ⓟ ）にあてはまる１以外の自然数を答えよ。

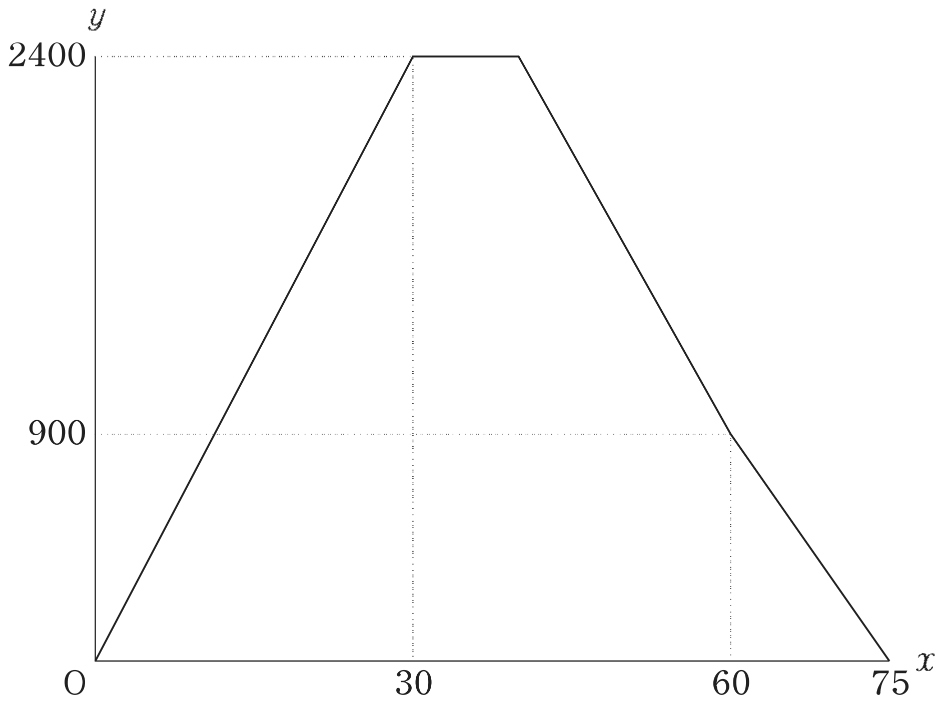
ア 最も小さい数
イ ２番目に小さい数
ウ 真ん中の数
エ ２番目に大きい数
オ 最も大きい数

4　希さんの家，駅，図書館が，この順に一直線の道路沿いにあり，家から駅までは900m，家から図書館までは2400m離れている。

希さんは，９時に家を出発し，この道路を図書館に向かって一定の速さで30分間歩き図書館に着いた。図書館で本を借りた後，この道路を図書館から駅まで分速75mで歩き，駅から家まで一定の速さで15分間歩いたところ，10時15分に家に着いた。

図は，9時からx分後に希さんが家からym離れているとするとき，9時から10時15分までのxとyの関係をグラフに表したものである。

図



次の(１)～(３)に答えよ。

(１)　9時11分に希さんのいる地点は，家から駅までの間と，駅から図書館までの間のどちらであるかを説明せよ。

説明する際は，$0 \leqq x \leqq 30$におけるxとyの関係を表す式を示し，解答欄の［　　　］にあてはまるものを，次の**ア**，**イ**から選び，記号をかくこと。

ア　家から駅までの間

イ　駅から図書館までの間

（2） 希さんの姉は，借りていた本を返すために，９時より後に自転車で家を出発し，この道路を図書館に向かって分速200mで進んだところ，希さんが図書館を出発すると同時に図書館に着いた。

９時からx分後に希さんの姉が家からym離れているとするとき，希さんの姉が家を出発してから図書館に着くまでのxとyの関係を表したグラフは，次の**方法**でかくことができる。

方法

希さんの姉が，家を出発したときのxとyの値の組を座標とする点をA，図書館に着いたときのxとyの値の組を座標とする点をBとし，それらを直線で結ぶ。

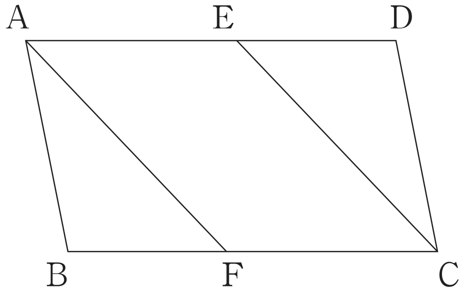
このとき，２点A，Bの座標をそれぞれ求めよ。

（3） 希さんの兄は，10時５分に家を出発し，この道路を駅に向かって一定の速さで走り，その途中で希さんとすれちがい，駅に着いた。希さんの兄は，駅で友達と話し，駅に着いてから15分後に駅を出発し，この道路を家に向かって，家から駅まで走った速さと同じ一定の速さで走ったところ，10時38分に家に着いた。

希さんの兄と希さんがすれちがったのは，10時何分何秒か求めよ。

5　平行四辺形ＡＢＣＤがある。
図１のように，線分ＡＤ，ＢＣ上に，点Ｅ，Ｆを，ＤＥ＝ＢＦとなるようにそれぞれとり，点Ａと点Ｆ，点Ｃと点Ｅをそれぞれ結ぶ。
このとき，四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である。

図１



次の(１)～(３)に答えよ。

(１)　次は，**図１**における「四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である」ことの**証明**である。

証明

四角形ＡＢＣＤは平行四辺形だから
ア ＡＥ//ＣＦ　・・・①
イ ＡＤ＝ＣＢ　・・・②
仮定から，**ウ** ＤＥ＝ＢＦ　・・・③
②，③より，**エ** ＡＤ－ＤＥ＝ＣＢ－ＢＦ
よって，**オ** ＡＥ＝ＣＦ　・・・④
①，④より，**カ** １組の向かいあう辺が平行でその長さが等しいので
四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である。

図２は，**図１**における点Ｅ，Ｆを，線分ＡＤ，ＣＢを延長した直線上にＤＥ＝ＢＦとなるようにそれぞれとったものである。

図２

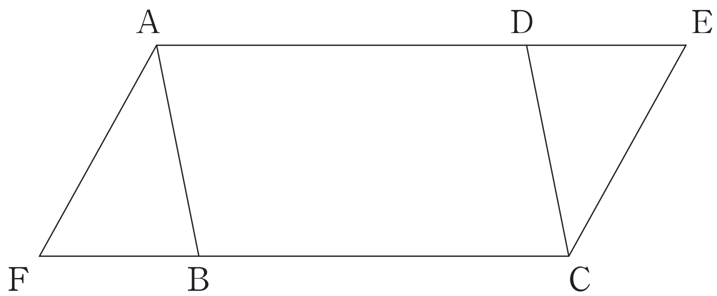
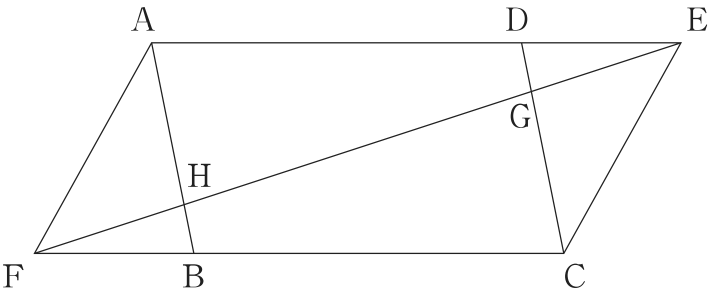


図２においても，四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である。このことは，上の**証明**の下線部**ア**～**カ**のうち，いずれか１つをかき直すことで証明することができる。
上の**証明**を，**図２**における「四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である」ことの証明とするには，どの下線部をかき直せばよいか。**ア**～**カ**から１つ選び，記号をかき，その下線部を正しくかき直せ。

（２） **図３**は，**図２**において，対角線ＥＦと線分ＣＤ，線分ＡＢとの交点をそれぞれＧ，Ｈとしたものである。

図３において，△ＤＧＥ≡△ＢＨＦであることを証明せよ。

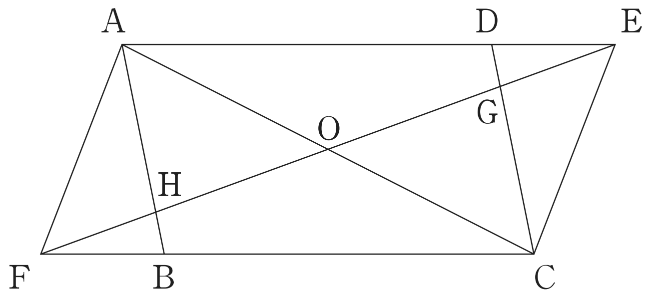
図３



（３） **図４**は，**図３**において，ＡＤ：ＤＥ＝３：１となる場合を表しており，対角線ＥＦと対角線ＡＣとの交点をＯとしたものである。

平行四辺形ＡＦＣＥの面積が $12\,\mathrm{cm}^2$ のとき，四角形ＨＢＣＯの面積を求めよ。

図４



6 **図１**は，正四角すいと直方体をあわせた形で，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，Ｉを頂点とする立体を表している。ＢＣ＝６㎝，ＢＦ＝５㎝である。
図２は，**図１**に示す立体において，辺ＢＦ上に点Ｐを，ＢＰ＝２㎝となるようにとり，点Ｐ，Ｈ，Ｅ，Ｃを頂点とする四面体ＰＨＥＣをつくったものである。

図１

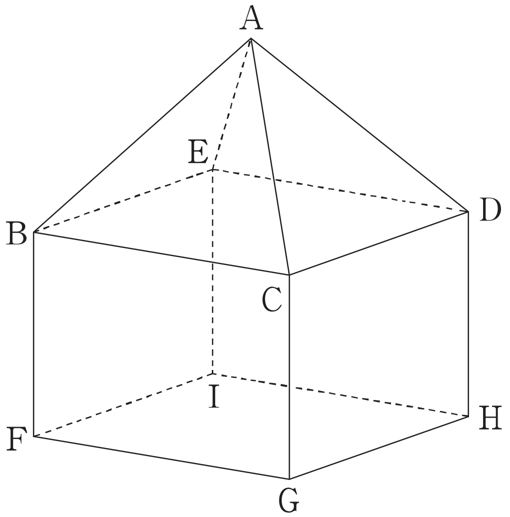
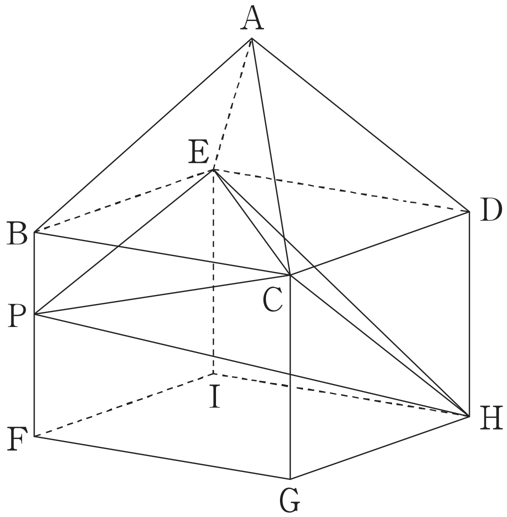


図２



次の（１）～（３）に答えよ。

（１） **図１**に示す立体において，次の□の中の①～③の全てにあてはまる辺を答えよ。

①　辺ＡＢとねじれの位置にある辺 ②　面ＢＦＩＥと垂直である辺 ③　面ＦＧＨＩと平行である辺

（２） **図１**に示す立体において，辺ＡＤ，ＡＥ上にそれぞれ点Ｊ，Ｋを，ＡＪ：ＪＤ＝１：２，ＡＫ：ＫＥ＝１：２となるようにとる。点Ｊから辺ＦＧに垂線をひき，辺ＦＧとの交点をＬとする。
四角形ＫＦＧＪの面積が $16\sqrt{5}$ ㎝^{2} のとき，線分ＪＬの長さを求めよ。

（３） **図２**に示す立体において，四面体ＰＨＥＣの体積を求めよ。