

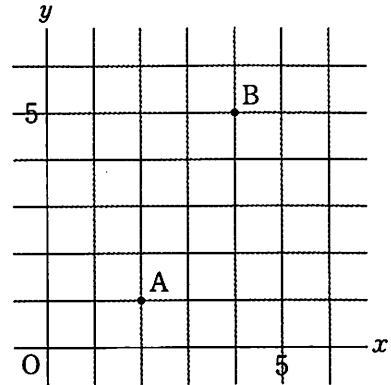
3 次の文と会話を読んで、あとの各問に答えなさい。(17点)

先生「次の設定を使って、確率の問題をつくってみましょう。」

設定

座標平面上に2点A(2, 1), B(4, 5)があります。
1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目の数を s 、2回目に出た目の数を t とするとき、座標が (s, t) である点を P とします。

ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



【Hさんがつくった問題】

$\angle APB = 90^\circ$ になる確率を求めなさい。

【Eさんがつくった問題】

3点A, B, Pを結んでできる図形が三角形になる場合のうち、 $\triangle ABP$ の面積が 4 cm^2 以上になる確率を求めなさい。

Rさん「【Hさんがつくった問題】について、 $\angle APB = 90^\circ$ になる点Pは何個かみつかるけど、これで全部なのかな。」

Kさん「円の性質を利用すると、もれなくみつけることができそうだよ。」

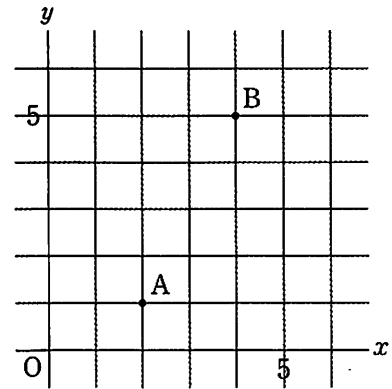
Rさん「【Eさんがつくった問題】は、【Hさんがつくった問題】と違って、三角形になる場合のうち、としているから注意が必要だね。」

Kさん「点Pの位置によっては、3点A, B, Pを結んでできる図形が三角形にならないこともあるからね。」

Rさん「点Pが直線 上にあるときは三角形にならないから、三角形になる場合は全部で 通りになるね。」

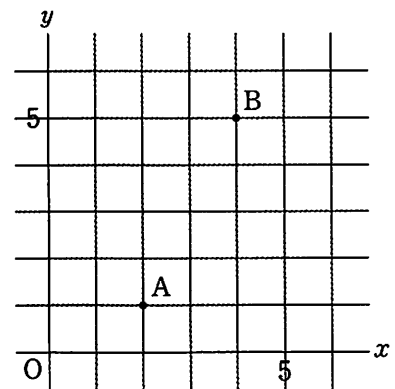
Kさん「そのうち、 $\triangle ABP$ の面積が 4 cm^2 以上になる点Pの個数がわかれば、確率を求めることができそうだね。」

- (1) 【Hさんがつくった問題】について、 $\angle APB = 90^\circ$ になる確率を求めなさい。(5点)



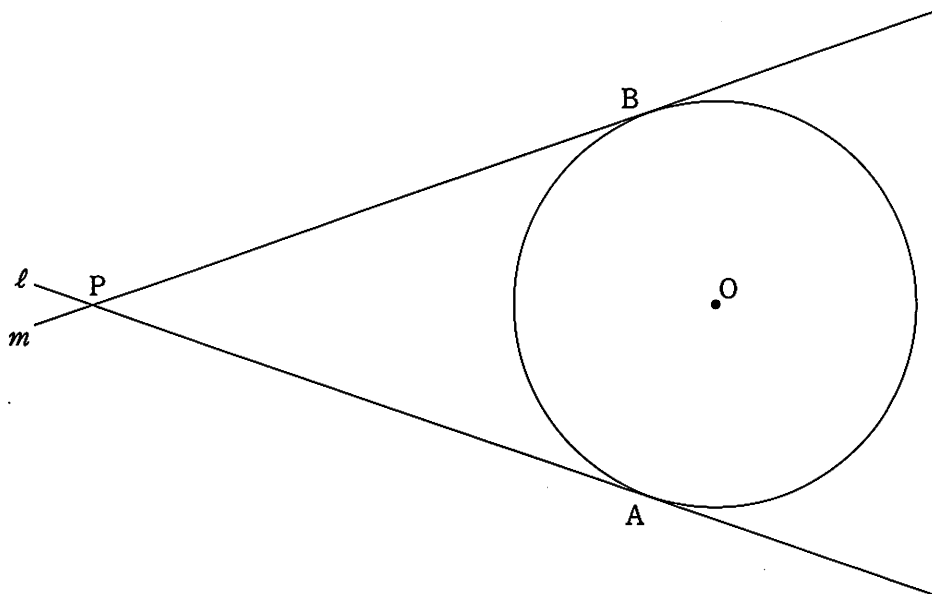
- (2) にあてはまる直線の式を求めなさい。また、 にあてはまる数を求めなさい。
(6点)

- (3) 【Eさんがつくった問題】について、 $\triangle ABP$ の面積が 4 cm^2 以上になる確率を、途中の説明も書いて求めなさい。その際、解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。(6点)



4 下の図のように、点 O を中心とする円 O の円周上に 2 点 A , B をとり、 A , B を通る円 O の接線をそれぞれ l , m とします。

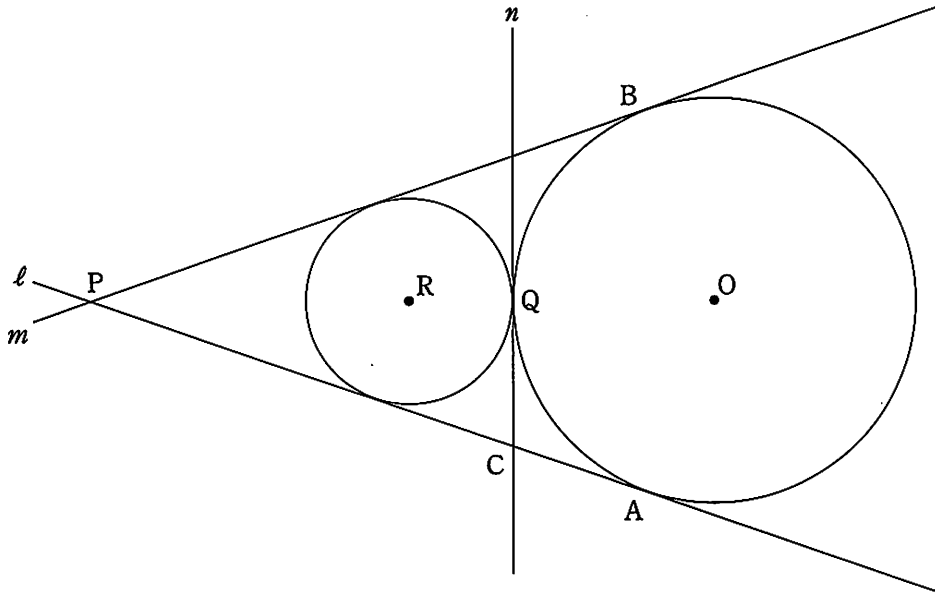
直線 l と m とが点 P で交わるとき、次の各問に答えなさい。(11 点)



(1) $PA = PB$ であることを証明しなさい。(6 点)

(2) 下の図のように、直線 l , m に接し、円 O に点 Q で接する円の中心を R とします。また、点 Q を通る円 O と円 R の共通の接線を n とし、 l と n との交点を C とします。

円 O の半径が 5 cm 、円 R の半径が 3 cm であるとき、線分 PC の長さを求めなさい。(5点)



5 次の文を読んで、あとの各問に答えなさい。(17点)

Tさんは、カットされた状態で販売されているスイカを見たときに、そのひとつひとつは平面で切られた多面体であることに気づきました。球から多面体を切り出したときの立体の体積について興味をもったTさんは、次のように考えました。



下の図1は中心O、半径 r cmの球を、Oを通る平面で切った半球で、切り口の円の円周上に $\angle AOB = 90^\circ$ となるように2点A、Bをとります。また、 $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ となる半球の表面上の点をCとし、半球を点A、O、Cを通る平面と点B、O、Cを通る平面の2つの平面で切ります。

図2は、半球をこの2つの平面で切ったあとにできる立体のうち、点A、B、Cを含むもので、この立体をVとします。

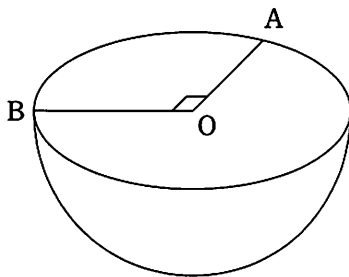


図1

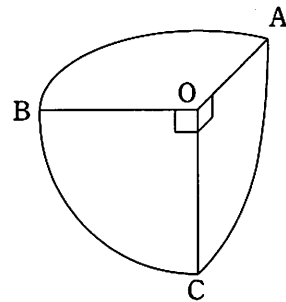


図2 (立体V)

(1) 立体Vの体積を求めなさい。(4点)

(2) 図2において、おうぎ形OBCの \widehat{BC} の長さを二等分する点Dを、図3のようにとります。このとき、5つの点A、B、C、D、Oを頂点とする四角錐の体積を、途中の説明も書いて求めなさい。(7点)

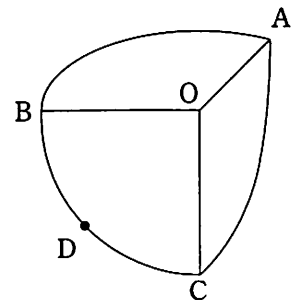


図3

(3) 図2において、おうぎ形OBCの \widehat{BC} 上に $\angle COE = 30^\circ$ となる点Eをとり、点Eと線分OAを通る平面で立体Vを切ると、点Cを含む立体は図4のようになりました。

図4のように、おうぎ形OACの \widehat{AC} を1:2に分ける点をF、おうぎ形OAEの \widehat{AE} を1:2に分ける点をGとすると、6つの点A, C, E, F, G, Oを頂点とする五面体の体積を求めなさい。(6点)

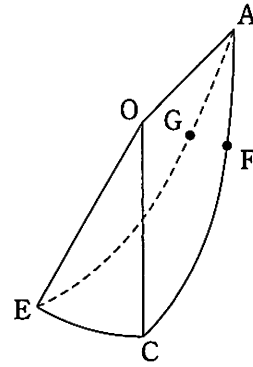


図4

(以上で問題は終わりです。)

数学〔学校選択問題〕 解答用紙(1)

1

| | | |
|--------|-------|----------------|
| (1) * | (2) * | (3) * |
| | | $x =$ |
| (4) * | (5) * | (6) * |
| 通り | EF = | cm |
| (7) * | (8) * | (9) * |
| およそ | 匹 | 午後1時 分 秒 < < < |
| (10) * | | |
| (説明) | | |
| | | 答え サイズ |

2

| | |
|-----------|-------|
| (1) * | (2) * |
| | $a =$ |
| A ————— B | |

1, 2の計

受検番号 第 番

(切りはなしてはいけません。)

(ここには何も書いてはいけません。)

数学〔学校選択問題〕 解答用紙(2)

3

| | |
|-------|-----------|
| (1) * | (2) * |
| | ア $y =$ イ |
| (3) * | |
| (説明) | |
| | |
| 答え | |

4

| | |
|-------|---------|
| (1) * | (2) * |
| (証明) | PC = cm |

5

| | |
|--------------------|-----------------|
| (1) * | (2) * |
| | cm ³ |
| (説明) | |
| 答え cm ³ | |

1, 2の計

得点 ※

受検番号 第 番

解答用紙