令和５年度
高等学校入学者選抜学力検査問題

第　2　部

数　学

注　　意

1　問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ まであり，10ページまで印刷してあります。

2　答えは，すべて別紙の解答用紙に記入し，解答用紙だけ提出しなさい。

3　$\boxed{3}$ の問２は，途中の計算も解答用紙に書きなさい。それ以外の計算は，問題用紙のあいているところを利用しなさい。

4　問いのうち，「……選びなさい。」と示されているものについては，問いで指示されている記号で答えなさい。

1　次の問いに答えなさい。(配点　33)

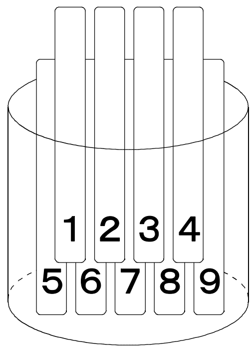
問１　⑴～⑶の計算をしなさい。

⑴　$9-(-5)$

⑵　$(-3)^2 \div \dfrac{1}{6}$

⑶　$\sqrt{2} \times \sqrt{14}$

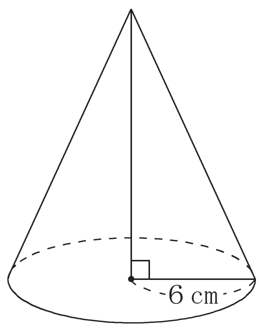
問２　下の図のように，円筒の中に１から９までの数字が１つずつ書かれた９本のくじがあります。円筒の中から１本のくじを取り出し，くじに書かれた数が偶数のとき教室清掃の担当に，奇数のとき廊下清掃の担当に決まるものとします。Ａさんが９本のくじの中から１本を取り出すとき，Ａさんが教室清掃の担当に決まる確率を求めなさい。



問３　下の表は，ある一次関数について，x の値と y の値の関係を示したものです。表の $\boxed{}$ に当てはまる数を書きなさい。

x	…	-1	0	…	3	…
y	…	6	$\boxed{}$	…	2	…

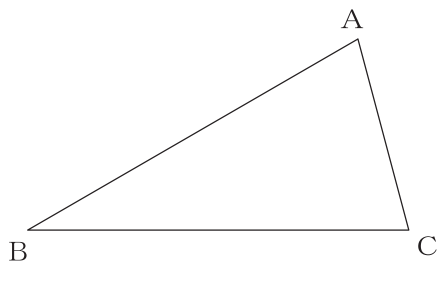
問４　下の図のように，底面の半径が６cm，体積が132π cm^{3}の円錐（すい）があります。この円錐の高さを求めなさい。



問５　x^2- $\boxed{}$ $x+14$ が $(x-a)(x-b)$ の形に因数分解できるとき，$\boxed{}$ に当てはまる自然数を２つ書きなさい。ただし，a，b はいずれも自然数とします。

問６　下の図のように，∠ＡＣＢ＝75°，ＢＡ＝ＢＣの二等辺三角形ＡＢＣがあります。△ＡＢＣの内部に点Ｐをとり，∠ＰＢＣ＝∠ＰＣＢ＝15°となるようにします。点Ｐを定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，点を示す記号Ｐをかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



2　図１のような，小学校で学習したかけ算九九の表があります。優さんは，太線で囲んだ数のように，縦横に隣り合う４つの数を $\begin{array}{|c|c|}\hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline\end{array}$ としたとき，４つの数の和 $a+b+c+d$ がどんな数になるかを考えています。

例えば，

$\begin{array}{|c|c|}\hline 8 & 10 \\ \hline 12 & 15 \\ \hline\end{array}$ のとき　$8+10+12+15=45$,

$\begin{array}{|c|c|}\hline 10 & 15 \\ \hline 12 & 18 \\ \hline\end{array}$ のとき　$10+15+12+18=55$　となります。

図１

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

優さんは，$45=5\times9$，$55=5\times11$ となることから，次のように予想しました。

（予想Ⅰ）

縦横に隣り合う４つの数の和は，５の倍数である。

次の問いに答えなさい。（配点　17）

問１　予想Ⅰが正しいとはいえないことを，次のように説明するとき，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（説明）

縦横に隣り合う４つの数が，

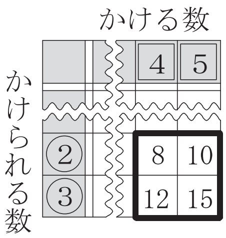
$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$，$c=\boxed{\text{ウ}}$，$d=\boxed{\text{エ}}$ のとき，

４つの数の和 $a+b+c+d$ は，$\boxed{\text{オ}}$ となり，５の倍数ではない。

したがって，縦横に隣り合う４つの数の和は，５の倍数であるとは限らない。

問２　優さんは，予想Ｉがいつでも成り立つとは限らないことに気づき，縦横に隣り合う４つの数それぞれの，かけられる数とかける数に注目して，あらためて調べ，予想をノートにまとめました。

（優さんのノート）



$$8 \quad + \quad 10 \quad + \quad 12 \quad + \quad 15$$
$$= (2 \times \boxed{4}) + (2 \times \boxed{5}) + (3 \times \boxed{4}) + (3 \times \boxed{5})$$
$$= 2 \times (\boxed{4} + \boxed{5}) + 3 \times (\boxed{4} + \boxed{5})$$
$$= \underbrace{(2 + 3)}_{\text{かけられる数の和}} \times \underbrace{(\boxed{4} + \boxed{5})}_{\text{かける数の和}}$$

（予想Ⅱ）

縦横に隣り合う４つの数の和は，（かけられる数の和）×（かける数の和）である。

予想Ⅱがいつでも成り立つことを，次のように説明するとき，［ア］～［キ］に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

（説明）

aを，かけられる数m，かける数nの積として$a = mn$とすると，

b，c，dは，それぞれm，nを使って，

$b = \boxed{\text{ア}}$，$c = \boxed{\text{イ}}$，$d = \boxed{\text{ウ}}$　と表すことができる。

このとき，４つの数の和 $a + b + c + d$ は，

$$a + b + c + d = mn + \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}}$$
$$= 4mn + 2m + 2n + 1$$
$$= (2m + 1)(2n + 1)$$
$$= \{\boxed{\text{エ}} + (\boxed{\text{オ}})\}\{\boxed{\text{カ}} + (\boxed{\text{キ}})\}$$　となる。

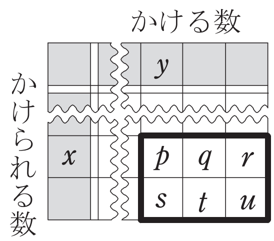
したがって，縦横に隣り合う４つの数の和は，

（かけられる数の和）×（かける数の和）である。

問３　優さんは，図２の太線で囲んだ数のように，縦横に隣り合う６つの数の和について調べてみたところ，縦横に隣り合う６つの数の和も，（かけられる数の和）×（かける数の和）となることがわかりました。

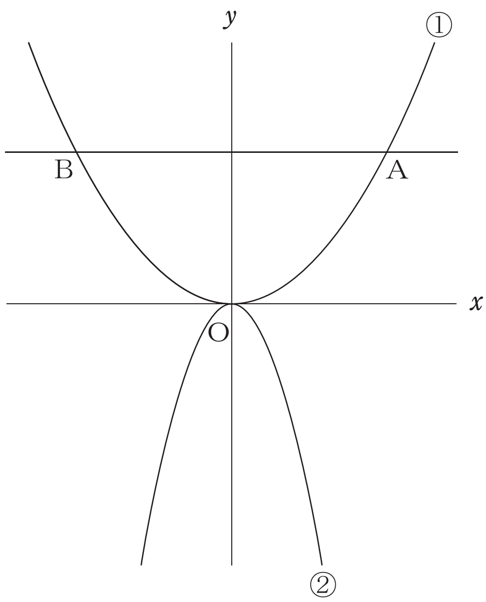
図２において，$p + q + r + s + t + u = 162$ となるとき，pのかけられる数x，かける数yの値を，それぞれ求めなさい。

図２



3 下の図のように，２つの関数　$y=ax^2$（aは正の定数）……①，　$y=-3x^2$　……②　のグラフがあります。①のグラフ上に点Aがあり，点Aのx座標を正の数とします。点Aを通り，x軸に平行な直線と①のグラフとの交点をBとします。点Oは原点とします。

次の問いに答えなさい。（配点　17）



問１　$a=2$とします。点Aのy座標が８のとき，点Aと点Bとの距離を求めなさい。

問２　①についてxの値が１から３まで増加するときの変化の割合が，一次関数　$y=x+2$　についてxの値が-1から２まで増加するときの変化の割合に等しいとき，aの値を求めなさい。

問３　$a=\frac{1}{3}$ とします。点Ａの x 座標を３とします。②のグラフ上に点Ｃを，x 座標が１となるようにとります。点Ｃを通り，x 軸に平行な直線と②のグラフとの交点をＤとします。線分ＡＢ，ＣＤ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑをとり，点Ｐの x 座標を t とします。ただし，$0<t\leqq 1$ とします。

陸さんは，コンピュータを使って直線ＰＱを動かしたところ，直線ＰＱが原点Ｏを通るとき，台形ＡＢＤＣの面積を２等分することに気づきました。

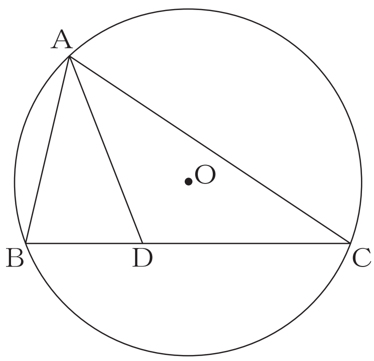
直線ＰＱが原点Ｏを通るとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

⑴　点Ｑの座標を，t を使って表しなさい。

⑵　直線ＰＱが台形ＡＢＤＣの面積を２等分することを説明しなさい。

4 下の図のように，円Ｏの円周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃをとります。∠ＢＡＣの二等分線と線分ＢＣとの交点をＤとします。

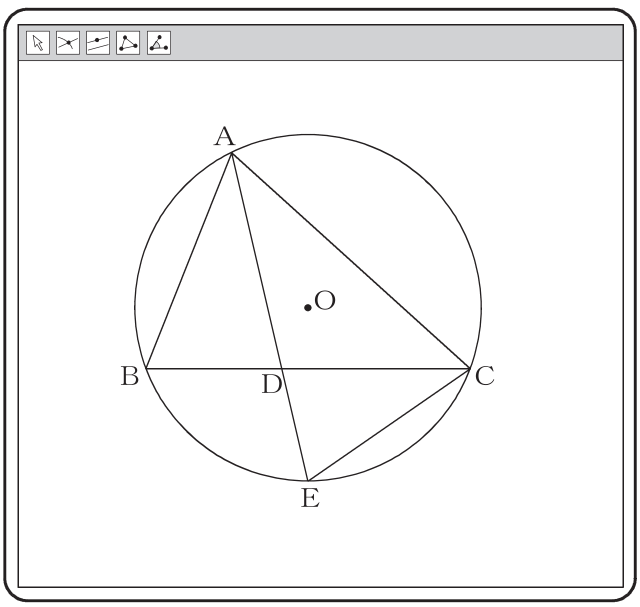
次の問いに答えなさい。(配点　16)



問１　ＡＤ＝ＣＤ，∠ＢＡＤ＝35°のとき，∠ＡＤＣの大きさを求めなさい。

問２　悠斗さんと由美さんは，コンピュータを使って，画面のように，線分ＡＤを延長した直線と円Ｏとの交点をＥとしました。次に，点Ａ，Ｂ，Ｃを円周上で動かし，悠斗さんは「△ＡＢＤと△ＣＥＤが相似である」，由美さんは「△ＡＢＤと△ＡＥＣが相似である」と予想し，それぞれ予想が成り立つことを証明しました。

画面



（悠斗さんの証明）

△ＡＢＤと△ＣＥＤにおいて，
$\boxed{\text{ア}}$ に対する $\boxed{\text{イ}}$ は等しいから，
∠ＡＢＤ＝∠ＣＥＤ　　…①
また，対頂角は等しいから，
∠ＡＤＢ＝∠ＣＤＥ　　…②
①，②から，
$\boxed{\qquad\text{ウ}\qquad}$ ので，
△ＡＢＤ∽△ＣＥＤ

（由美さんの証明）

△ＡＢＤと△ＡＥＣにおいて，
$\boxed{\text{ア}}$ に対する $\boxed{\text{イ}}$ は等しいから，
∠ＡＢＤ＝∠ＡＥＣ　　…①
また，仮定から，
∠ＢＡＤ＝∠ＥＡＣ　　…②
①，②から，
$\boxed{\qquad\text{ウ}\qquad}$ ので，
△ＡＢＤ∽△ＡＥＣ

次の⑴，⑵に答えなさい。

⑴　$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ には，それぞれ共通する言葉が入ります。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる言葉をそれぞれ書き入れ，証明を完成させなさい。

⑵　ＡＢ＝ＡＤのとき，△ＡＢＥ≡△ＡＤＣを証明しなさい。なお，悠斗さんや由美さんが証明したことを用いてもよいものとします。

5　Ａ市に住む中学生の翼さんは，ニュースで聞いたことをもとに，先生と話し合っています。

翼さん　「昨日，ニュースで『今年の夏は暑くなりそうだ』と言っていましたよ。」
先生　「先生が子どもだった50年くらい前は，もっと涼しかったんですけどね。」
翼さん　「どのくらい涼しかったんですか？」
先生　「最高気温が25℃以上の『夏日』は，最近よりずっと少なかったはずです。」
翼さん　「そうなんですか。家に帰ったら調べてみますね。」

次の問いに答えなさい。（配点　17）

問１　翼さんは，今から50年前と2021年の夏日の日数を比べてみることにしました。翼さんは，Ａ市の1972年と2021年における，７月と８月の日ごとの最高気温を調べ，その結果をノートにまとめました。次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（翼さんのノート１）

Ａ市の７～８月の
日ごとの最高気温の度数分布表

階級（℃）	1972年 度数（日）	1972年 累積度数（日）	2021年 度数（日）	2021年 累積度数（日）
以上 13 ～ 16 未満	1	1	0	0
16 ～ 19	0	1	2	2
19 ～ 22	6	7	3	5
22 ～ 25	16	23	14	19
25 ～ 28	26	49	10	29
28 ～ 31	8	57	15	44
31 ～ 34	4	61	12	56
34 ～ 37	1	62	6	62
合　計	62		62	

【わかったこと】
Ａ市の７～８月の夏日（最高気温が25℃以上）の日数は，
1972年が $\boxed{\text{ア}}$ 日，
2021年が $\boxed{\text{イ}}$ 日である。

【結論】
Ａ市の夏日の日数は，
1972年と2021年とでは
$\boxed{\text{ウ}}$ 日しか変わらない。

問２　翼さんは，ノート１を見せながら，先生と話し合っています。

翼さん　「Ａ市の夏日の日数は，50年前とほとんど変わりませんでした。」
先生　「本当ですか。ん？７月と８月以外の月でも夏日になることがありますよ。
それに，調べた1972年と2021年の夏日の日数が，たまたま多かった，
あるいは，たまたま少なかったという可能性もありますよね。」
翼さん　「たしかにそうですね。もう少し調べてみます！」

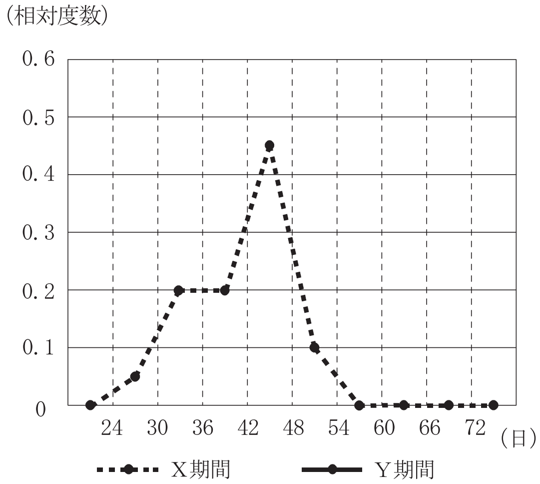
翼さんは，Ａ市の夏日の年間日数について，1962年から1981年までの20年間（以下，「Ｘ期間」とします。）と，2012年から2021年までの10年間（以下，「Ｙ期間」とします。）をそれぞれ調べ，その結果をノートにまとめることにしました。

（翼さんのノート２）

Ａ市の夏日の年間日数の度数分布表

階級（日）	Ｘ期間		Ｙ期間	
	度数（年）	相対度数	度数（年）	相対度数
以上 24 ～ 30 未満	1	0.05	0	0.00
30 ～ 36	4	0.20	0	0.00
36 ～ 42	4	0.20	0	0.00
42 ～ 48	9	0.45	0	0.00
48 ～ 54	2	0.10	1	0.10
54 ～ 60	0	0.00	2	0.20
60 ～ 66	0	0.00	2	0.20
66 ～ 72	0	0.00	5	0.50
合　計	20	1.00	10	1.00

Ａ市の夏日の年間日数の
相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）



【まとめ】
Ａ市の夏日の年間日数について，Ｘ期間とＹ期間を比較した結果，50年くらい前は，今と比べて $\boxed{\quad\quad}$ といえる。

次の⑴～⑶に答えなさい。

⑴　ノート２の度数分布表をもとに，Ｙ期間の相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）を，解答用紙にかき入れなさい。

⑵　ノート２において，翼さんが「度数」ではなく「相対度数」をもとに比較している理由を説明しなさい。

⑶　$\boxed{\quad\quad}$ に当てはまる言葉として最も適当なものを，次の**ア**～**ウ**から選びなさい。また，選んだ理由を，Ｘ期間とＹ期間の２つの相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）の特徴と，その特徴から読み取れる傾向をもとに説明しなさい。

ア　暑かった　　**イ**　変わらなかった　　**ウ**　涼しかった