令和５年度

奈良県公立高等学校入学者一般選抜学力検査問題

数　　学

注　　意

1　指示があるまで開いてはいけません。

2　解答用紙には，受検番号を忘れないように書きなさい。

3　解答用紙の※印のところには，何も書いてはいけません。

4　答えは必ず解答用紙に書きなさい。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 次の①～④を計算せよ。

① $7-(-6)$　　② $15+(-4)^2\div(-2)$

③ $(x+2)(x-5)-2(x-1)$　　④ $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{27}$

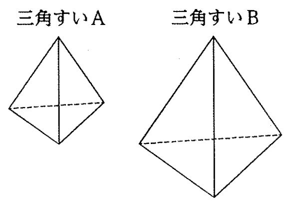
(2) 連立方程式 $\begin{cases} x+4y=5 \\ 4x+7y=-16 \end{cases}$ を解け。

(3) 2次方程式 $x^2+5x+1=0$ を解け。

(4) $a<0$，$b<0$ のとき，$a+b$，$a-b$，ab，$\dfrac{a}{b}$ のうちで，式の値が最も小さいものはどれか。

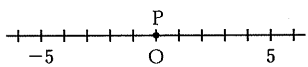
(5) 図1の2つの三角すいA，Bは相似であり，その相似比は2：3である。三角すいAの体積が24 cm^{3}であるとき，三角すいBの体積を求めよ。

図1



(6) 図2で，数直線上を動く点Pは，最初，原点Oにある。点Pは，1枚の硬貨を1回投げるごとに，表が出れば正の方向に1だけ移動し，裏が出れば負の方向に2だけ移動する。硬貨を3回投げて移動した結果，点Pが原点Oにある確率を求めよ。

図2



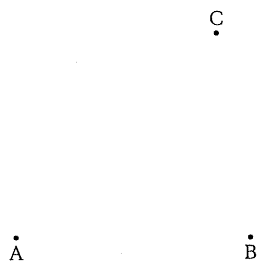
(7) 図3のように，3点A，B，Cがある。次の条件①，②を満たす点Pを，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

[条件]

① △PABは，線分ABを底辺とする二等辺三角形である。

② 直線ABと直線PCは平行である。

図3



(8) A中学校の１年生75人と３年生90人に，通学時間についてアンケートをした。図４は，その結果について，累積相対度数を折れ線グラフに表したものである。例えば，このグラフから，１年生では，通学時間が10分未満の生徒が，１年生全体の42％であることを読み取ることができる。図４から読み取ることができることがらとして適切なものを，次の**ア**～**オ**から全て選び，その記号を書け。

ア　通学時間の中央値は，１年生の方が３年生よりも大きい。

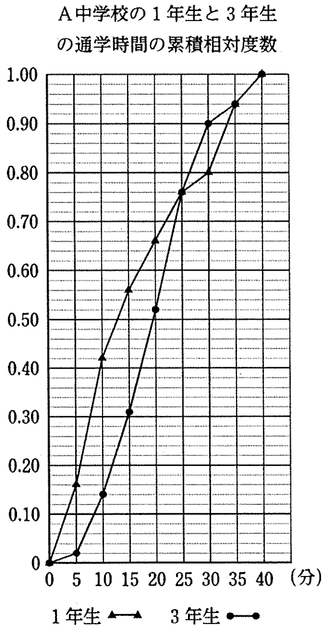
イ　通学時間が20分未満の生徒は，１年生も３年生も半分以上いる。

ウ　通学時間が25分未満の生徒の人数は，１年生も３年生も同じである。

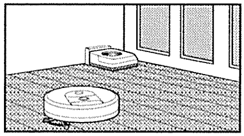
エ　通学時間が25分以上30分未満の生徒の人数は，３年生の方が１年生よりも多い。

オ　全体の傾向としては，１年生の方が３年生よりも通学時間が短いといえる。

図４



2 太郎さんと花子さんは，ロボット掃除機が部屋を走行する様子を見て，動く図形について興味をもった。次の［　　］内は，いろいろな図形の内部を円や正方形が動くとき，円や正方形が通過する部分について考えている，太郎さんと花子さんの会話である。



花子：長方形の内部を円や正方形が動くとき，正方形は，長方形の内部をくまなく通過できるね。でも，円は，長方形の内部で通過できないところがあるよ。正方形は，どんな図形の内部でも，くまなく通過できるのかな。

太郎：どうかな。三角形の内部では，円も正方形も通過できないところがあるよ。いろいろな図形の内部を円や正方形が動く場合，通過できるところに違いがあるね。

花子：直角二等辺三角形の内部を円や正方形が動くときについて，真上から見た図をかいて考えてみよう。

ＸＺ＝ＹＺ，∠ＸＺＹ＝90°の直角二等辺三角形ＸＹＺの内部を，円Ｏ，正方形ＡＢＣＤが動くとき，各問いに答えよ。ただし，円周率はπとする。

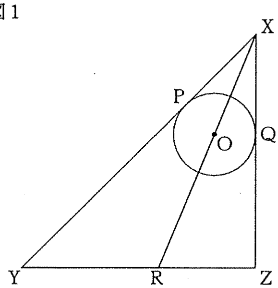
(1) 図１で，円Ｏは辺ＸＹ，ＸＺに接しており，２点Ｐ，Ｑはその接点である。また，点Ｒは直線ＸＯと辺ＹＺとの交点である。①～③の問いに答えよ。

① ∠ＰＯＱの大きさを求めよ。

② 線分ＸＲ上にある点はどのような点か。「辺」と「距離」の語を用いて簡潔に説明せよ。

③ 円Ｏの半径が２cmであるとき，線分ＸＰの長さを求めよ。

図１



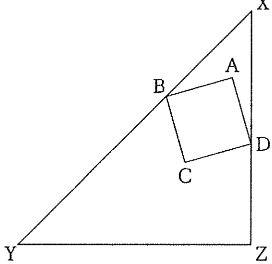
(2) 次の［　　］内は，△ＸＹＺの内部を，正方形ＡＢＣＤが動く場合について考えている，太郎さんと花子さんの会話である。①，②の問いに答えよ。

花子：図２のように，正方形ＡＢＣＤが，点Ｘに最も近づくように，正方形ＡＢＣＤの２点Ｂ，Ｄがそれぞれ辺ＸＹ，ＸＺ上にある図をかいたよ。

太郎：図２の正方形ＡＢＣＤで，点Ｘに最も近いのは，点Ａだね。

花子：そうだね。２点Ｘ，Ａ間の距離はどのくらいの長さになっているのかな。図２からわかることは何だろう。

図２



太郎：点Aを中心として２点B，Dを通る円をかくと，点Xも円Aの周上にありそうだね。

花子：円Aで，$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$に対する中心角は∠ＢＡＤになるね。∠ＢＡＤ＝90°で，∠ＢＸＤ＝45°だから，∠ＢＸＤは$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$に対する円周角になっているね。点Xは円Aの周上にあるといえるよ。

太郎：２点X，A間の距離は［ あ ］と等しいといえるね。

花子：正方形ＡＢＣＤが動いて，辺ＸＹ，ＸＺ上の２点B，Dの位置が変わっても，２点X，A間の距離について同じことがいえるから，正方形ＡＢＣＤが，△ＸＹＺの内部をくまなく動くとき，正方形ＡＢＣＤが通過した部分の面積もわかるね。

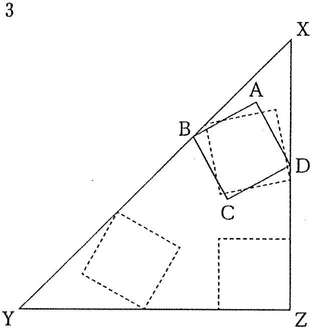
① ［ あ ］に当てはまる語句を，次の**ア**～**エ**から１つ選び，その記号を書け。

ア　正方形ＡＢＣＤの対角線の長さ　　**イ**　正方形ＡＢＣＤの１辺の長さ

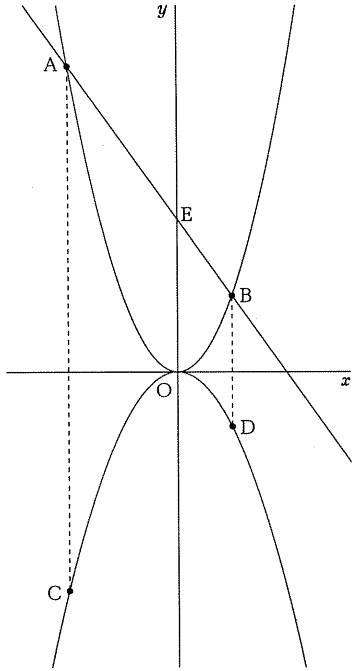
ウ　正方形ＡＢＣＤの対角線の長さの半分　　**エ**　正方形ＡＢＣＤの１辺の長さの半分

② 図３のように，正方形ＡＢＣＤが，△ＸＹＺの内部をくまなく動くとき，正方形ＡＢＣＤが通過した部分の面積を求めよ。ただし，ＸＺ＝10cm，ＡＢ＝３cmとする。

図３



3 右の図のように，関数$y=ax^2\,(a>0)$のグラフ上に，2点A，Bがあり，関数$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，2点C，Dがある。2点A，Cのx座標は-4であり，2点B，Dのx座標は2である。2点A，Bを通る直線とy軸との交点をEとする。原点をOとして，各問いに答えよ。



(1) 関数$y=-\frac{1}{2}x^2$について，xの変域が$-4\leqq x\leqq 2$のときのyの変域を求めよ。

(2) 2点C，Dを通る直線の式を求めよ。

(3) aの値が大きくなるとき，それにともなって小さくなるものを，次の**ア**～**エ**から1つ選び，その記号を書け。

ア　直線ＡＢの傾き

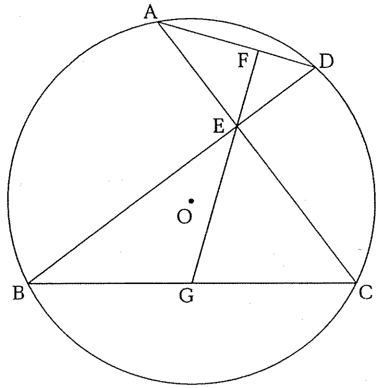
イ　線分ＡＢの長さ

ウ　△ＯＡＢの面積

エ　ＡＥ：ＥＢの比の値

(4) 直線ＯＤが四角形ＡＣＤＢの面積を2等分するとき，aの値を求めよ。

4 右の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円Ｏの周上にある。点Ｅは線分ＡＣと線分ＢＤとの交点でＡＣ⊥ＢＤであり，点Ｆは線分ＡＤ上の点でＥＦ⊥ＡＤである。点Ｇは直線ＥＦと線分ＢＣとの交点である。各問いに答えよ。



(1) △ＡＥＦ∽△ＢＣＥを証明せよ。

(2) ∠ＤＡＥ＝a°とするとき，∠ＢＧＥの大きさをaを用いて表せ。

(3) ＤＥ＝３cm，ＡＥ＝４cm，ＢＥ＝８cmのとき，①，②の問いに答えよ。

① △ＣＥＧの面積を求めよ。

② 円Ｏの半径を求めよ。